

AUXILIAR 2 Y 3: ELECTRODINÁMICA

PROFESOR: RODRIGO ARIAS

AUXILIAR: FELIPE SUBIABRE

31 DE MARZO Y 5 DE ABRIL DE 2011

P1. Un condensador de capacidad C con placas circulares de radio b está cargado a una diferencia de potencial V_0 . El espacio entre las dos placas es pequeño comparado con b , de manera que se pueden ignorar efectos de borde. En $t = 0$ el interruptor se cierra, y el condensador empieza a descargarse a través de la resistencia R . En las preguntas que siguen de todas sus respuestas en términos de C, b, V_0, R, t y constantes universales.

- a) De una expresión para la carga $Q(t)$ de la placa superior del condensador cargada positivamente, como función del tiempo.
- b) Encuentre el campo eléctrico, $\vec{E}(t)$, entre las placas del condensador.
- c) Encuentre la corriente de desplazamiento de Maxwell, $\vec{j}_d(t)$, entre las placas del condensador.
- d) Encuentre el campo magnético, $\vec{B}(t)$, entre las placas del condensador (no asuma que es uniforme).
- e) Encuentre el vector de Poynting, $\vec{S}(t)$, entre las placas del condensador.
- f) Calcule la tasa de cambio de la energía almacenada en los campos entre las placas.
- g) Calcule la potencia disipada en la resistencia, en función del tiempo.
- h) Relacione las respuestas a las partes e), f) y g).

P2. La relación entre el momentum y la energía de una onda plana de luz en el vacío es $\vec{p} = (\epsilon/c)\hat{n}$, donde $\vec{p}$ es el momentum por unidad de volumen, ϵ es la energía por unidad de volumen, y $\hat{n}$ es la dirección de propagación.

- a) Pruebe que $\epsilon = |\vec{E} \times \vec{B}|/(4\pi)$ a partir del significado del vector de Poynting $\vec{S}$.
- b) Considere una placa rectangular. Un haz de luz (onda plana) incide perpendicularmente y tiene un vector de Poynting $\vec{S}$. Calcule la presión en la placa si es un absorbente perfecto, o un reflector perfecto.
- c) Ahora considere una placa rectangular, que es perfectamente absorbente en un lado y perfectamente reflectante en el otro. Suponga que la placa

es uniformemente iluminada (igual intensidad de luz alcanza la placa de diferentes direcciones). Calcule la presión en la placa en términos de la densidad de energía, ϵ . (Ayuda: no olvide factores geométricos. ¿Cuál es la probabilidad de que la luz provenga desde una dirección $d\Omega$? ¿Cuál es la contribución correspondiente a la presión total?

- d) Considere el siguiente juguete: dentro de una bombilla de una ampolla perfectamente evacuada existen 4 placas adjuntas a barras. Esta "hélice" está montada en un eje sin fricción. Las placas están pintadas por un lado de blanco y por otro de negro. Cuando se ilumina, ¿en que dirección gira? Estime el torque en la "hélice": los brazos tienen un largo a y el área de las placas es A .

P3. Reflexión por un conductor perfecto:

Una onda electromagnética plana mono-cromática de vector de onda:

$$\vec{k}_i = \frac{\omega}{c} \hat{k}_i, \quad \hat{k}_i = \sin \theta_i \hat{e}_x + \cos \theta_i \hat{e}_z$$

incide en un ángulo θ_i con la normal de un plano conductor perfecto en $z = 0$. El conductor cubre el plano $x - y$ completo, la región $z < 0$ es vacío. El campo eléctrico incidente está linealmente polarizado:

$$\vec{E} = E_i \cos(\vec{k}_i \cdot \vec{x} - \omega t) \hat{n}_i$$

con $\hat{n}_i$ un vector unitario en el plano $x - z$.

- Determine el vector de polarización $\hat{n}_i$ y el campo magnético $\vec{B}_i$ de la onda plana incidente.
- Escriba una forma tentativa para la onda reflejada $\vec{E}_r$ y $\vec{B}_r$ usando el vector de ondas $\vec{k}_r = (\omega/c) \hat{k}_r$ y apropiadas amplitudes y vectores de polarización. Verifique que su onda reflejada obedece las ecuaciones de Maxwell para $z < 0$.
- Aplique la condición de borde $\hat{z} \times \vec{E} = 0$ en $z = 0$ para determinar $\hat{k}_r$ y expresiones exactas para $\vec{E}_r$ y $\vec{B}_r$.
- ¿Cuales son las densidades superficiales de carga $\sigma(\vec{x}, t)$ y la densidad superficial de corriente $\vec{K}(\vec{x}, t)$? Demuestre que ellas satisfacen la ecuación de conservación de carga:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial K_x}{\partial x} + \frac{\partial K_y}{\partial y} = 0$$