

P1.

Una circunferencia de radio ρ_o , en un plano vertical, gira en torno a un eje fijo con velocidad angular ω . El centro de la circunferencia describe, en su giro, una circunferencia de radio R . El plano de la circunferencia se mantiene siempre perpendicular al vector $\vec{R}$ de la figura. Una partícula de masa m puede deslizarse sin roce por la circunferencia de radio ρ_o .

El problema es describir la ecuación de movimiento para esta partícula y sus propiedades. Para hacerlo puede escoger el sistema de referencia S' que desee.

- (a) Defina claramente el sistema S' escogido y calcule las fuerzas centrífuga, de Coriolis y transversal que actúan sobre la partícula.
- (b) Obtenga la ecuación de movimiento completa y de ella obtenga una ecuación -sin coeficientes desconocidos- para el ángulo ϕ de la forma:

$$\ddot{\phi} = f(\phi) \quad (1)$$

- (c) Discuta bajo qué condiciones la posición $\phi = 0$ es estable/inestable y, en los casos en que $\phi = 0$ sea estable, obtenga la frecuencia de pequeñas oscilaciones en torno a ese ángulo.

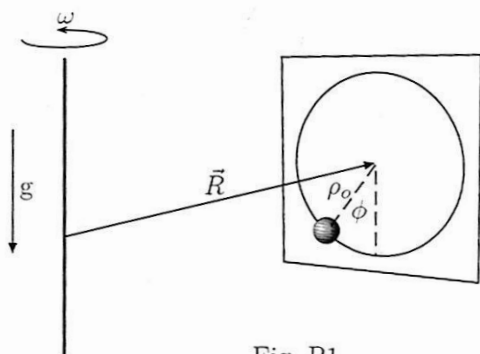


Fig. P1

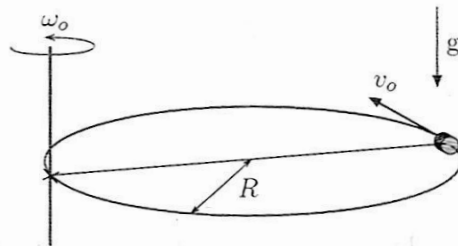


Fig. P2

P2. (P2 Control N° 3 - profesor Patricio Aceituno - otoño 2004)

Un aro de radio R se hace girar con velocidad angular constante ω_o en un plano horizontal alrededor de un eje vertical que pasa por un punto del aro. Un anillo de masa m puede deslizarse sin roce a lo largo del aro. Estando el anillo en una posición diametralmente opuesta al eje de rotación, se le da una velocidad v_o relativa al aro, en la misma dirección de giro.

- Determine el valor mínimo de la rapidez v_o para que el anillo llegue hasta el eje.

P3. (P3 Ex. Recuperativo - profesor Nicolás Mujica - otoño 2006)

Un anillo de masa m se encuentra inserto en un aro circular vertical de radio R . El aro se encuentra soldado a una barra horizontal OP de largo R que lo hace girar con velocidad angular constante $\vec{\Omega}_o$ respecto a un eje vertical que pasa por O . Un resorte ideal de constante elástica k y largo natural nulo liga, a través del aro, al anillo con el punto P . Se pide:

- (a) Determinar la magnitud de la velocidad angular Ω_o si el anillo permanece en reposo relativo al aro cuando se encuentra ubicado en el punto A (el punto más alto del aro).

Ec. de Mov. en un sistema no inercial:

$$m\vec{a}' = \vec{F} - m\vec{\ddot{R}} - m\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}') - 2m\vec{\Omega} \times \vec{v}' - m\dot{\vec{\Omega}} \times \vec{r}'$$

- (b) Determinar la rapidez relativa al aro mínima que el anillo debe tener en el punto A para que, en su movimiento, alcance a llegar al punto B (punto opuesto a P).
- (c) Para la condición de (b), determinar la(s) fuerza(s) que el aro ejerce sobre el anillo en los puntos A y B .

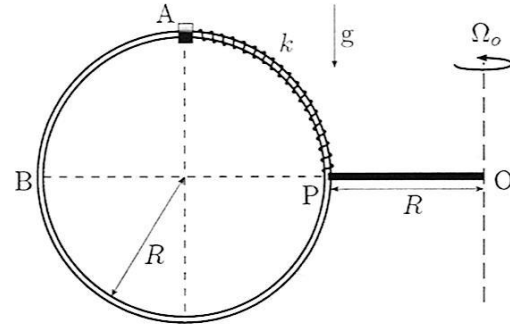


Fig. P3