Auxiliar 9 - Viernes 29 de abril

FI2001 - Mecánica
Prof. Patricia Sotomayor
Semestre Otoño 2011
Auxiliares: Camilo Soto - Kim Hauser

P1

(**Nota:** *Si bien la fuerza total en este problema no es una fuerza central, conviene resolverlo haciendo uso de los mismos conceptos de potencial efectivo y energía que los usados en los problemas de fuerzas centrales.*)

Una partícula de masa m desliza sin roce por el interior de un embudo de eje vertical, cuya superficie se puede representar con la expresión $z(\rho) = -L^2/\rho$, donde L es una constante conocida y ρ es la coordenada radial cilíndrica. Si en la condición inicial la partícula está a distancia L del eje del embudo (ver figura), y tiene una velocidad tangente a la superficie, horizontal de magnitud v_o, se pide:

(a) Determinar el valor de v_o tal que la partícula se mantenga rotando siempre a la misma altura.

(b) Si v_o tiene un valor igual a la mitad del encontrado en (a) determine la altura mínima a la que llega la partícula en su movimiento.

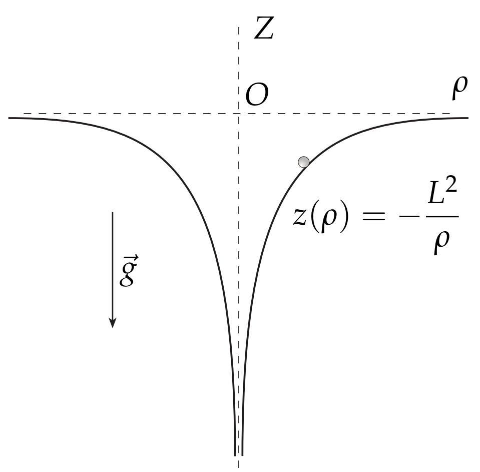

Fig. P1

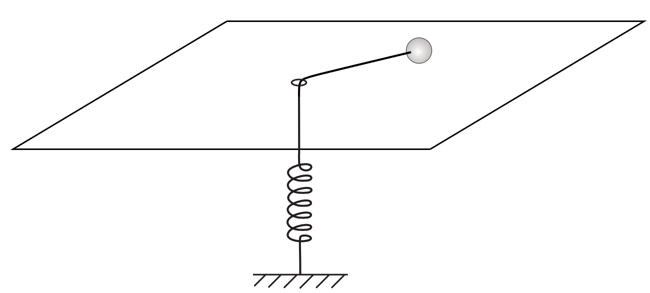

Fig. P2

P2

Por un plano horizontal desliza sin roce una partícula de masa m unida a un hilo. Éste pasa por un agujero y termina unido a un resorte de constante elástica k verticalmente debajo del agujero. Cuando el resorte está en su largo natural, la partícula está justo en el agujero. En lo que sigue se pide estudiar la dinámica de la partícula cuando es soltada a una distancia ρ_o del agujero y con una velocidad perpendicular al hilo, de magnitud v_o.

(a) Determine la ecuación de movimiento.

(b) Encuentre la relación entre ρ_o y v_o para que la órbita sea circunferencial.

(c) Obtenga la frecuencia de pequeñas oscilaciones en torno a esta órbita circunferencial.

(d) Determine si en aproximación de pequeñas oscilaciones la órbita es cerrada.

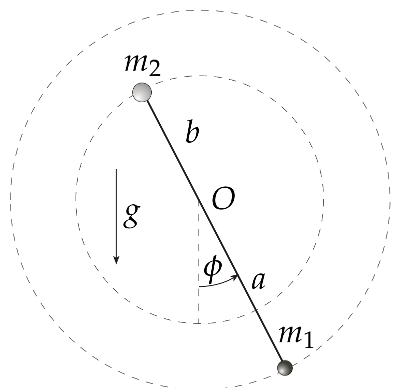

Fig P3

P3

Una barra rígida ideal sin masa de largo $L = a + b$ puede girar en un plano vertical en torno a un punto fijo O que separa a la barra en un brazo de largo a y otro de largo b. En los extremos de la barra hay partículas de masas m_1 y m_2.

(a) Determine el momento angular y el torque, con respecto a O, del sistema.

(b) De lo anterior obtenga la ecuación dinámica para el ángulo ϕ , e intégrela una vez.

(c) Si el sistema es soltado desde el reposo con $\phi \approx 0$, ¿este se acerca o se aleja de $\phi = 0$?

Respuestas

▷ R1 **(a)** $v_o = \sqrt{gL}$**; (b)** $z_{min} = -7L$**;**

▷ R2 **(a)** $\ddot{\rho} = \frac{\rho_o^2 v_o^2}{\rho^3} - \frac{k}{m}\rho$**; (b)** $\rho_o = \sqrt{\frac{m v_o^2}{k}}$**; (c)** $\omega_{p.o.} = \sqrt{\frac{4k}{m}}$**; (d)** $\frac{\omega_o}{\omega_{p.o.}} = \frac{1}{2}$ $\therefore$ **es cerrada;**

▷ R3 **(a)** $\vec{L_O} = \dot{\phi}(am_1 + bm_2)\hat{k}$**,** $\vec{\tau}_O = g \operatorname{sen}\phi(bm_2 - am_1)\hat{k}$**;**
(b) $\ddot{\phi} = -(\frac{am_1 - bm_2}{am_1 + bm_2}) g \operatorname{sen}\phi$**,** $\dot{\phi}^2 = \dot{\phi}_o^2 - 2(\frac{am_1 - bm_2}{am_1 + bm_2}) g(\cos\phi_o - \cos\phi)$**; (c) Se acerca si** $am_1 > bm_2$**, y se aleja si no;**