

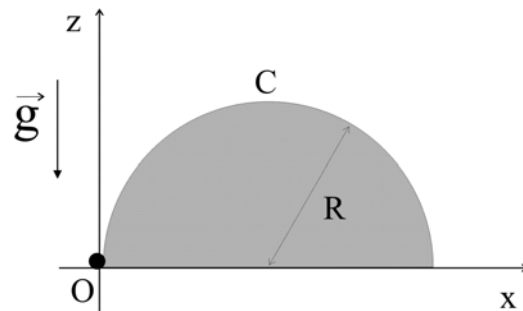
Control 2

1. Una partícula de masa m se mueve con rapidez constante por el exterior de un semicilindro horizontal de radio R . Además del peso y la fuerza normal que ejerce la superficie, la partícula está sometida a otras dos fuerzas. La primera es una fuerza F_1 descrita por la expresión

$$\vec{F}_1 = -c(xz^2\hat{i} + zx^2\hat{k}),$$

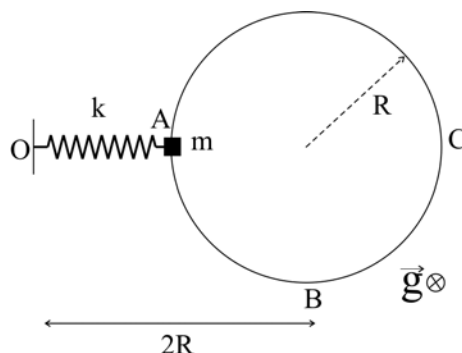
donde c es una constante conocida y las coordenadas x, z se miden respecto al origen O . La otra fuerza, F_2 , para la cual no se cuenta con una expresión explícita, es la que permite que la partícula se mueva con rapidez constante en su trayectoria desde el origen O a la cúspide C . Se pide:

- Mostrar que la fuerza $\vec{F}_1$ es conservativa.
- Determinar el trabajo efectuado por la fuerza F_2 en el trayecto de O a C .



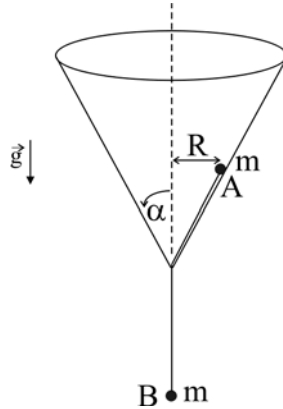
2. Un anillo de masa m se mueve con roce despreciable a lo largo de un aro de radio R colocado en un plano horizontal, bajo la acción de la fuerza $\vec{F} = -k\vec{r}$ que ejerce un resorte de largo natural nulo atado en el punto O . El punto O se encuentra en el mismo plano del aro, a una distancia $2R$ de su centro (ver figura)

- ¿Con qué rapidez mínima es necesario impulsar el anillo desde el punto más cercano a O (punto A), para que alcance a llegar al punto más lejano (punto C)?
- En esas condiciones (si el anillo es lanzado con la rapidez mínima), determine la fuerza que el aro ejerce sobre el anillo cuando pasa por el punto intermedio B .
- ¿Cuál es el periodo de pequeñas oscilaciones si el anillo es perturbado ligeramente cuando se encuentra en reposo en el (o los) punto(s) de equilibrio estable?



3. Una partícula A de masa m se mueve con roce despreciable por el interior de una superficie cónica de ángulo de apertura α , atada a una cuerda inextensible de largo L . Del otro extremo de la cuerda, que pasa a través de un agujero en el vértice del cono, cuelga una partícula B, también de masa m . En el momento inicial la partícula A está describiendo un movimiento circular uniforme de radio R .

- Calcule la rapidez de la partícula A.
- Si se le da una pequeña perturbación vertical a la partícula B, determine el periodo con que el sistema queda oscilando.



Coordenadas esféricas. (ϕ :ángulo zenital, θ : ángulo azimutal).

Velocidad:

$$\vec{v} = \dot{r} \hat{r} + r\dot{\phi} \hat{\phi} + r\dot{\theta} \sin \phi \hat{\theta}$$

Aceleración:

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 \sin^2 \phi - r\dot{\phi}^2) \hat{r} + (\ddot{\phi} - r\dot{\theta}^2 \sin \phi \cos \phi + 2\dot{r}\dot{\phi}) \hat{\phi} + \frac{1}{r \sin \phi} \frac{d(r^2 \dot{\theta} \sin^2 \phi)}{dt} \hat{\theta}$$