Pregunta 1 - Ejercicio #1

25 de Marzo del 2011

$$\text{sen}(\theta) = \frac{H}{C} \quad \text{sen}(\phi) = \frac{H}{B} \quad \rightarrow (1) C = \frac{H}{\text{sen}(\theta)} \quad (2) B = \frac{H}{\text{sen}(\phi)}$$

Luego por teorema de pitagoras, se tiene, $C^2 = B^2 + A^2$

Ahora se reemplaza, C y B ,por los valores obtenidos en (1) y (2)

$$\left(\frac{H}{\text{sen}(\theta)}\right)^2 = \left(\frac{H}{\text{sen}(\phi)}\right)^2 + A^2$$

Despejando H, se obtiene la ecuacion pedida:

$$H^2 * \left(\frac{1}{\text{sen}(\theta)^2} - \frac{1}{\text{sen}(\phi)^2}\right) = A^2$$

$$H^2 = A^2 \left(\frac{\text{sen}(\theta)^2 * \text{sen}(\phi)^2}{\text{sen}(\phi)^2 - \text{sen}(\theta)^2}\right)$$

$$H = \frac{A \text{sen}(\phi) \text{sen}(\theta)}{\sqrt{\text{sen}(\phi)^2 - \text{sen}(\theta)^2}}$$

Problema 2

March 25, 2011

Para comenzar ilustraremos un poco el estado inicial del sistema

Inicialmente tenemos que la distancia de separación entre el mástil y el faro es de la forma:

$$\begin{aligned} di &= \sqrt{(R_t + l_m)^2 - R_t^2} \\ &= \sqrt{2R_t l_m + l_m^2} \end{aligned}$$

Sin embargo como el radio de la tierra es mucho mayor que las dimensiones del barco, entonces despreciaremos los terminos de orden $(l_m/R_t)^2$ (y superiores

obviamente tambien). Esto implica que la ecuacion anterior queda como:

$$\begin{aligned}
 di &= \sqrt{2R_t l_m + l_m^2} \\
 &= R_t \sqrt{2 \frac{l_m}{R_t} - \left(\frac{l_m}{R_t}\right)^2} \\
 &= \sqrt{2R_t l_m}
 \end{aligned}$$

Despues de 30 min se establece de forma analoga que la distancia de separacion entre la cubierta y el faro (tomando la misma aproximacion de que la dimensiones de la tierra son mucho mayores que las del barco) es:

$$df = \sqrt{2R_t l_c}$$

Ahora para calcular la distancia recorrida, notemos que es posible aproximar que el arco que recorre el barco sobre la superficie de la tierra es muy similar a un camino rectilineo, debido a las dimensiones del problema. Por ende la distancia recorrida es de la forma:

$$\Delta d = di - df = \sqrt{2R_t l_m} - \sqrt{2R_t l_c}$$

Asi pensando que el movimiento fue a velocidad constante tenemos que la podemos determinar como:

$$v = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{\sqrt{2R_t l_m} - \sqrt{2R_t l_c}}{\Delta t}$$

Asi con los datos dados podemos decir que:

$$\begin{aligned}
 v &= \frac{\sqrt{2 * 64 * 10^5 * 20} - \sqrt{2 * 64 * 10^5 * 8}}{1/2} [m/h] \\
 &= 2 * (8 * 2\sqrt{10^6} - 8 * 4 * \sqrt{10^5}) [m/h] \\
 &= 2 * (16 * 10^3 - 32\sqrt{10} * 10^2) [m/h] \\
 &\approx 2(16 * 10^3 - 96 * 10^2) [m/h] \\
 &= 2 * 10^3(16 - 9,6) [m/h] \\
 &= 12.8 * 10^3 [m/h] \\
 &= 12.8 [km/h]
 \end{aligned}$$