

## FI1001: Introducción a la física Newtoniana

Profesor: Fernando Lund

Auxiliares: Sebastián Derteano, Néstor Gallegos, Pedro Maldonado

### Ejercicio trabajado en aux. 2

Un cohete se dispara verticalmente, subiendo con aceleración constante de  $20m/s^2$  respecto a la plataforma de lanzamiento durante 1 minuto. En ese momento se agota su combustible y continúa moviéndose sólo bajo la acción de la aceleración de gravedad.

- ¿Cuál es la máxima altura que alcanza?
- ¿Cuál es el tiempo transcurrido desde que despegar hasta volver a caer sobre la plataforma?
- Grafique la posición y velocidad en función del tiempo.

Debemos plantear las ecuaciones del movimiento para las dos partes del viaje del cohete, primero para cuando es impulsado gracias al combustible, hasta el segundo 60. Posteriormente hay que usar otras ecuaciones, ya que estará solo bajo la acción de la fuerza de gravedad.

Para el primer movimiento fijamos el sistema de referencia en el piso, por lo que posición inicial es cero. Además el cohete parte del reposo, así que la velocidad inicial también es nula. Se tiene entonces:

$$x_1(t) = \frac{20}{2}t^2 = 10t^2 \quad (1)$$

$$v_1(t) = 20t \quad (2)$$

Además, para la segunda parte del movimiento tendremos que usar otras ecuaciones, porque al acabarse el combustible la nave queda sólo bajo la influencia de la aceleración de gravedad, si cambia la aceleración, cambian las ecuaciones de movimiento. Si consideramos además que para esta segunda etapa del fenómeno la posición inicial y velocidad inicial son distintas de cero, tendremos:

$$x_2(t) = x_0 + v_0t - \frac{10}{2}t^2$$

$$v_2(t) = v_0 - 10t$$

Para encontrar  $x_0$  y  $v_0$  tenemos que encontrar la altura y velocidad al final del primer movimiento, o sea justo cuando se acaba el combustible, que ocurre en el segundo 60.

$$\begin{aligned}\Rightarrow v_0(60) &= 20 \cdot 60 = 1200 \\ x_0(60) &= 10 \cdot 60^2 = 36k\end{aligned}$$

Entonces ahora podemos escribir las ecuaciones para la segunda parte del movimiento:

$$x_2(t) = 36k + 1200t - 5t^2 \quad (3)$$

$$v_2(t) = 1200 - 10t \quad (4)$$

Con las ecuaciones (1), (2), (3) y (4) podemos describir el movimiento, así que ahora podemos comenzar a responder las preguntas. Para encontrar la altura máxima imponemos que la velocidad sea cero, en  $V_2(t^*)$ , ya que es en la segunda parte del movimiento cuando se alcanza la altura máxima. Luego:

$$\begin{aligned}0 &= 1200 - 10t^* \\ \Rightarrow t^* &= 120 \quad [s]\end{aligned}$$

Si reemplazamos  $t^*$  en  $x_2(t)$  obtenemos la altura máxima:

$$x_2(t^*) = 108 \quad [km]$$

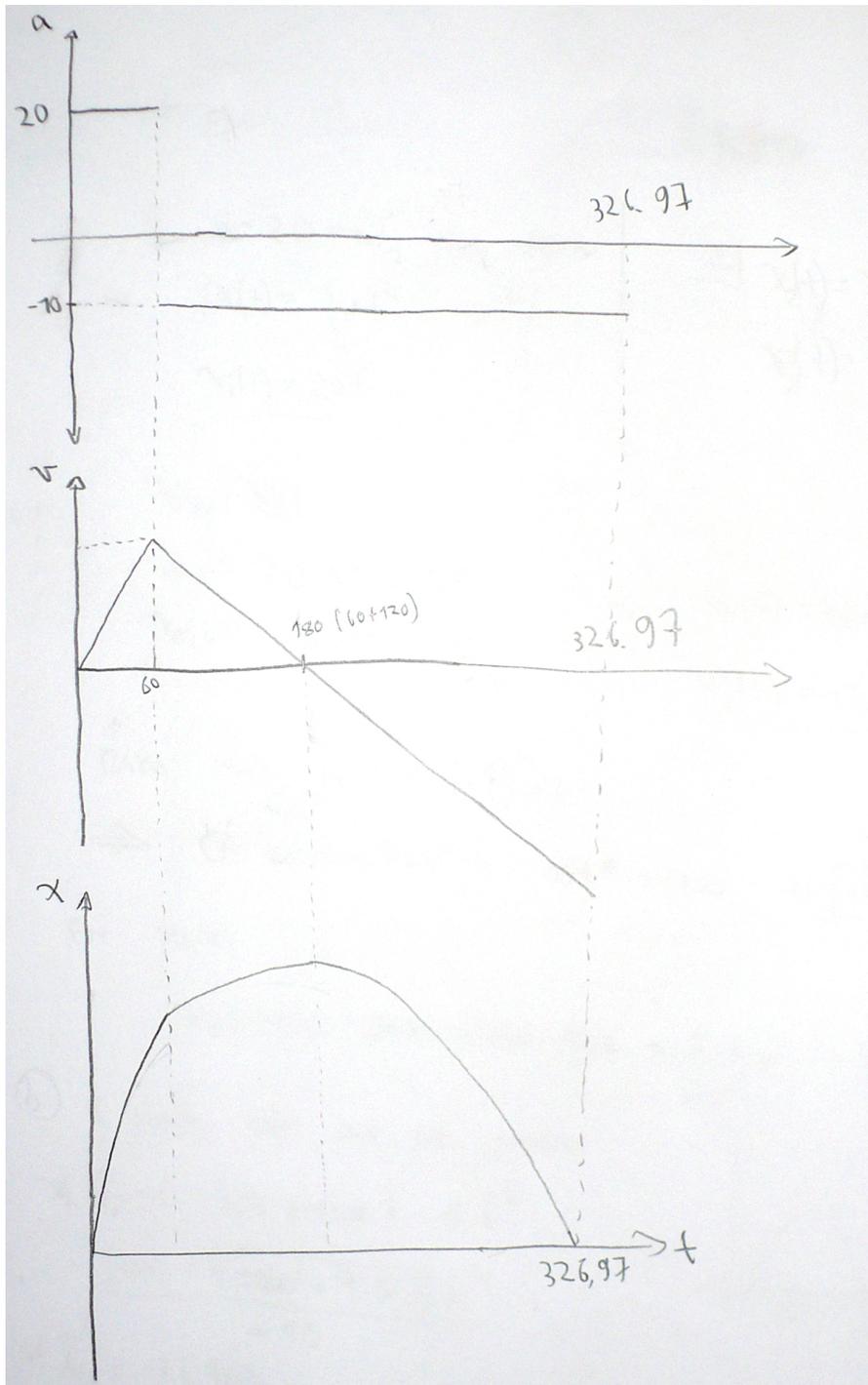
Para encontrar el tiempo hasta que vuelve a caer imponemos  $x_2(\bar{t}) = 0$ , con lo que nos queda:

$$\begin{aligned}x_2(\bar{t}) &= 36k + 1200\bar{t} - 5\bar{t}^2 \\ \Rightarrow \bar{t}_1 &= -26,969 \\ \bar{t}_2 &= 266,97\end{aligned}$$

Claramente escogemos  $\bar{t}_2$ , que es el único tiempo con significado físico, finalmente el tiempo de vuelo viene dado por la suma del tiempo que dura el primer y segundo movimiento:

$$\begin{aligned}\therefore t_f &= 60 + 266,97 \\ &= 326,97 \\ &\approx 5 \text{ min y } 26 \text{ s}\end{aligned}$$

Ahora graficaremos posición, velocidad y aceleración en función del tiempo:



Sebastián Derteano Herrera  
Santiago, 6 de Abril de 2011