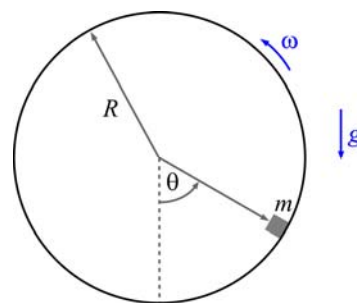




## CONTROL RECUPERATIVO

Profesores: M. Clerc, R. Garreaud, P. Martens, A. Meza, S. Rica y C. Romero

- Un bloque de masa  $m$  desliza al interior de un tambor cilíndrico de radio  $R$ . Entre el tambor y el bloque existen coeficientes de roce estático  $\mu_e$  y dinámico  $\mu_d$ . Si el tambor comienza a girar con una frecuencia angular constante  $\omega$  constante:
  - Encuentre una relación para el ángulo crítico  $\theta_c$  para el cual el bloque comienza a deslizar (2 puntos).
  - Defina  $\tan \theta_e = \mu_e$ . Discuta los casos en que  $R\omega^2/g$  es mayor o menor que  $\tan \theta_e$ . ¿Para cuáles valores de la frecuencia angular  $\omega$  el bloque puede completar una vuelta sin deslizar? (4 puntos).

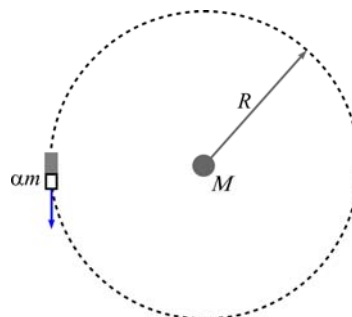


- Un disco de radio  $R$  y masa  $m$  desliza con momentum  $\vec{p} = p\hat{x}$  sobre una superficie horizontal sin roce. En su trayectoria impacta, simultáneamente, con dos discos en reposo de masa  $m$  y radio  $R$ , dispuestos simétricamente en su camino, con sus centros en  $y = R$  e  $y = -R$  respectivamente. Los discos están unidos por un resorte de largo natural  $2R$  y constante elástica  $k$ .



Suponiendo que todas las colisiones son elásticas:

- Calcule el ángulo que forma el vector momentum lineal de cada disco con el eje  $\hat{x}$ , inmediatamente después del choque, es decir, mientras el resorte aún no experimenta elongación (1 punto).
  - Calcule el momentum lineal de los tres discos, inmediatamente después del choque (2 puntos).
  - Determine la máxima elongación del resorte (2 puntos).
  - Haga un gráfico de la posición en función del tiempo del disco ubicado con  $y > 0$  en los casos: a)  $k = 0$ ; b)  $k \neq 0$ ; c)  $k \rightarrow \infty$  (1 punto).
- Un satélite de masa  $m$  se mueve en una órbita circular de radio  $R$  alrededor de Saturno (masa  $M$  conocida). En un cierto instante, unos pequeños motores se encienden para eyectar hacia delante una parte del satélite de masa  $\alpha m$  (con  $\alpha$  por determinar). El resto de la sonda espacial queda detenido y cae radialmente hacia el planeta. La explosión de los motores debe ser muy leve pero tiene que garantizar que la porción lanzada hacia adelante abandone el campo gravitacional de Saturno.
    - Determine la velocidad del satélite antes del encendido de los motores (1 punto).
    - Calcule  $\alpha$  para que se pueda realizar esta misión (4 puntos).
    - ¿Cuál es la energía de eyección? (1 punto).



Nota: En estos días la sonda espacial Cassini-Huygens realiza una misión similar a ésta (más información en <http://saturn.jpl.nasa.gov>).