

Curso de Formación General
Razonamiento matemático en el Aula

mlvaras@dim.uchile.cl

lcubillo@uchile.cl

PISA 2006

MARCO DE LA EVALUACIÓN
CONOCIMIENTOS Y HABILIDADES EN
CIENCIAS, MATEMÁTICAS Y LECTURA

COMPETENCIA MATEMÁTICA

Páginas 73 a 75

Texto completo disponible en

<http://www.oecd.org/dataoecd/59/2/39732471.pdf>

DEFINICIÓN DEL ÁREA DE EVALUACIÓN

El área de la *competencia matemática* definido por PISA hace referencia a la capacidad de los alumnos para analizar, razonar y comunicarse eficazmente cuando plantean, formulan, resuelven e interpretan problemas matemáticos en diversas situaciones. En lugar de limitarse al tipo de situaciones y problemas que suelen encontrarse en las aulas, la evaluación PISA se centra en los problemas del mundo real. En un entorno real, los ciudadanos han de hacer frente a una serie de situaciones al ir de compras, viajar, cocinar, ocuparse de su economía doméstica, valorar cuestiones políticas, etc.,

en las que el empleo de un razonamiento cuantitativo o espacial, u otras capacidades matemáticas, contribuirá a aclarar, formular o resolver los problemas que se les planteen. Estos usos de las matemáticas se basan en las habilidades que se han aprendido y practicado mediante el tipo de problemas que suelen presentarse en los libros de texto y en las aulas. Sin embargo, exigen asimismo la capacidad de aplicar esas habilidades a unos contextos menos estructurados, que carecen de instrucciones precisas y en los que el alumno debe decidir cuál será el conocimiento más adecuado al caso y cuál será la forma más útil de aplicarlo.

El concepto de *competencia matemática* de PISA pretende evaluar en qué medida los alumnos de 15 años pueden ser considerados unos ciudadanos reflexivos e informados y unos consumidores inteligentes. Cada vez es más normal que los ciudadanos de cualquier país se vean enfrentados a una multiplicidad de tareas que entrañan conceptos matemáticos de carácter cuantitativo, espacial, probabilístico o de algún otro tipo. Los medios de comunicación (periódicos, revistas, televisión e Internet) están repletos de información en forma de tablas, diagramas o gráficos, donde se tratan temas como el clima, la economía, la medicina o los deportes, por mencionar tan solo unos pocos ejemplos. Los ciudadanos se ven sometidos a un bombardeo informativo sobre temas como «el calentamiento global y el efecto invernadero», «el crecimiento demográfico», «los vertidos de petróleo en los mares», «la desaparición de espacios naturales».

Por último, sin ser por ello menos importante, los ciudadanos se ven en la necesidad de leer formularios, interpretar horarios de trenes y autobuses, llevar a cabo transacciones monetarias de forma satisfactoria, decidir cuál es la mejor compra en el mercado, etc. La *competencia matemática* de PISA se centra en la capacidad de los alumnos de 15 años (una edad en la que muchos de ellos están a punto de completar el ciclo de formación obligatoria en matemáticas) para dotar de sentido estas cuestiones y llevar a cabo las tareas que requieren, recurriendo a sus conocimientos y su comprensión de las matemáticas.

PISA define así la *competencia matemática*:

Competencia matemática es una capacidad del individuo para identificar y entender la función que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios fundados y utilizar y relacionarse con las matemáticas de forma que se puedan satisfacer las necesidades de la vida de los individuos como ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos.

Una serie de comentarios explicativos adicionales contribuirán a clarificar la definición del área de evaluación.

- El término «competencia matemática» se ha elegido con el fin de hacer hincapié en el carácter funcional del conocimiento matemático y en la posibilidad de aplicarlo de forma variada, reflexiva y perspicaz a una multiplicidad de situaciones de los más diversos tipos. Para que dicho uso sea posible y viable se requiere un considerable volumen de conocimientos y habilidades matemáticas fundamentales y, como es natural, dichas habilidades forman parte de nuestra definición de competencia.

En el ámbito lingüístico, la competencia presupone, sin reducirse a ello, la posesión de un vocabulario rico y un conocimiento sustancial de las reglas gramaticales, la fonética, la ortografía, etc. Cuando una persona quiere comunicarse recurre a estos elementos de forma creativa con objeto de dar respuesta a las situaciones que se encuentran en el mundo real. Aunque la *competencia matemática* presupone sin duda ese tipo de conocimientos, tampoco puede reducirse al dominio de la terminología, los datos y los procesos de las matemáticas ni a la habilidad para realizar ciertas operaciones y poner en práctica determinados métodos. La *competencia matemática* supone una combinación creativa de estos elementos con objeto de responder a las exigencias que plantean las situaciones externas.

- El término «mundo» hace referencia al marco natural, social y cultural en que vive el individuo. Como señaló Freudenthal (1983): «Los conceptos, las estructuras y las nociones matemáticas de que nos servimos se han concebido como herramientas que nos permitan organizar los fenómenos del mundo físico, social y mental» (p. ix).
- La expresión «utilizar y relacionarse con» comprende tanto el uso de las matemáticas como la solución de problemas matemáticos, pero comporta asimismo un grado de implicación personal más amplio que englobaría nociones como la comunicación, la sintonía, la valoración e incluso la apreciación y el disfrute de las matemáticas. Así pues, la definición de *competencia matemática* engloba, por un lado, el uso funcional de las matemáticas en su sentido más restringido y, por otro, la disposición para profundizar en su estudio, así como sus aspectos estéticos y recreativos.
- La expresión «la vida de los individuos» incluye la vida privada de las personas, pero también su vida profesional, social (grupos de compañeros y familiares) y su vida como ciudadanos de una determinada comunidad. Una de las capacidades esenciales que comporta el concepto de *competencia matemática* es la habilidad de plantear, formular e interpretar problemas mediante las matemáticas en una variedad de situaciones o contextos. La gama de contextos abarca desde los puramente matemáticos hasta aquellos otros que, en principio, no presentan o aparentan poseer una estructura matemática: es tarea de quien plantea o trata de solucionar el problema introducir de forma satisfactoria la estructura matemática.

Conviene poner de relieve, asimismo, que la definición no se circunscribe a un conocimiento básico de las matemáticas, sino que incluye el empleo y el uso de las matemáticas en unas situaciones que van desde lo cotidiano a lo excepcional, desde lo sencillo a lo complejo. Las actitudes y los sentimientos que suscitan las matemáticas, como la seguridad en uno mismo, la curiosidad, los sentimientos de interés y relevancia o el deseo de hacer o comprender ciertas cosas, no forman parte de la definición de *competencia matemática*, aunque ciertamente contribuyen a ella de una forma nada desdeñable. En teoría se puede ser competente en matemáticas sin poseer esas actitudes y sentimientos, pero en la práctica es poco probable que dicha competencia se ejerza o se ponga en práctica si el individuo no posee un cierto grado de seguridad en sí mismo, curiosidad, sentimientos de interés y relevancia o el deseo de realizar y comprender temas de contenido matemático.

Aunque estas actitudes y sentimientos no formen parte de la evaluación de la *competencia matemática*, PISA reconoce la importancia que tienen como correlato de la competencia matemática y, en consecuencia, se abordarán en una parte del estudio PISA.

mathematical property. Segments of conceptual mathematics might have included examples and explanations for why things work like they do. Often the development and first application of a solution procedure was coded as conceptual, whereas subsequent occurrences of the method were coded as procedural.

Segments were characterized as notational when a mathematical definition was presented, or when notational conventions commonly used in mathematical activity were discussed.

7.2.3.3 *Mathematical Reasoning: Deductive, Developing a Rationale, Generalizations, and Counter-examples*

The mathematics quality analysis group found few instances of mathematical reasoning in the TIMSS 1995 Video Study data. Therefore, for the TIMSS 1999 Video Study, they elaborated and sharpened their coding scheme in an attempt to identify a variety of special reasoning forms that might be present in eighth-grade mathematics lesson. They still required the reasoning to be explicit in order to be marked as such. An exception to this general rule was made when the nature of the problem being solved required reasoning for its solution.

Several kinds of reasoning were recorded whenever they were seen explicitly in a segment of the lesson. Deductive reasoning refers to the derivation of a conclusion from stated assumptions using a logical chain of inferences. There was no requirement that the derivation be formal (e.g., a formal proof), but there was usually an accompanying explanation.

Developing a rationale was coded when there was an explanation or motivation, in broad mathematical terms, of a mathematical assertion or procedure. This type of reasoning was less systematic or precise than deductive reasoning. For example, teachers might show that the rules for adding and subtracting integers are logical extensions of those for adding and subtracting whole numbers, and that these more general rules work for all numbers. When such explanations took a systematic logical form, they were coded as deductive reasoning; when they took a less systematic or precise form, they were coded as developing a rationale.

Generalizations were marked when several examples led to the formulation of an assertion about their shared properties. This process is similar to what many people call inductive reasoning. Generalizations might involve, for example, graphing several linear equations such as $y = 2x + 3$, $2y = x - 2$, and $y = -4x$, and making an assertion about the role played by the numbers in these equations in determining the position and slope of the associated lines.

Segments were coded as containing a counter-example whenever an example was used to show that an assertion cannot be true. For instance, suppose someone claims that the area of a rectangle gets larger whenever the perimeter gets larger. A counter-example would be a rectangle whose perimeter becomes larger but the area does not become larger.

Razonamiento Matemático en el Currículo Nacional

En el siguiente documento se presentan fragmentos de los documentos Ajuste de Matemática y Fundamentos del Ajuste Curricular en el Sector Matemática estos documentos se encuentran en las páginas web del Ministerio de Educación

<http://www.curriculum-mineduc.cl/ayuda/documentos/> y

mineduc.cl/docs/currEducBasi/sector_matematica_11012010.pdf

Ajuste de Matemática

Página 2 y 3:

La matemática se aprende haciendo matemática, reflexionando acerca de lo hecho y confrontando la actuación propia con el conocimiento acumulado y sistematizado. Por ello el **razonamiento matemático** se aborda transversalmente en los cuatro ejes. Consecuentemente, resolver problemas, formular conjeturas, verificar la validez de procedimientos y relaciones; para casos particulares o en forma general –en cuyo caso se usará el verbo demostrar– está en el núcleo de las experiencias de aprendizaje deseables. Los conocimientos de cada uno de los ejes concurren a esas experiencias de modo que su tratamiento debe ser integrado. La organización en ejes obedece a una necesidad de diseño y de organización de los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios, en tanto las oportunidades de aprendizaje se deberían organizar en torno a problemas, desafíos, modelamiento de situaciones o proposición y exploración de relaciones.

Página 3:

La formación matemática debe enfatizar el desarrollo del pensamiento creativo y crítico para la formulación de conjeturas, exploración de caminos alternativos de solución y discusión de la validez de las conclusiones. Se buscará, a lo largo de todo el currículum, definir objetivos y proponer contenidos que apelen a las bases del razonamiento matemático, en particular a la resolución de problemas, incluyendo el desarrollo de habilidades tales como la búsqueda y comparación de caminos de solución, análisis de los datos y de las soluciones, anticipación y estimación de resultados, búsqueda de regularidades y patrones, formulación de conjeturas, formulación de argumentos y diversas formas de verificar la validez de una conjetura o un procedimiento, el modelamiento de situaciones o fenómenos, para nombrar competencias centrales del razonamiento matemático. Se propone seleccionar situaciones, problemas y desafíos de modo que se favorezca la integración de las diferentes dimensiones de la matemática, para que alumnas y alumnos adquieran una visión integrada del conocimiento matemático y estén en condiciones de resolver problemas, establecer relaciones y argumentar acerca de su validez.

Fundamentos del Ajuste Curricular en el Sector Matemática, Marzo 2009

Página 1:

I. Propósito formativo y enfoque curricular del sector.

El ajuste curricular establece la continuidad entre los fundamentos del currículum de la reforma en materia de concepciones acerca de conocimiento matemático, aprendizaje de la matemática y de los aportes de éste a la formación humana. Desde un punto de vista general, los fundamentos son los mismos con la incorporación de tendencias actuales en la educación matemática, algún énfasis nuevo de la misma visión y de una ampliación de la concepción de resolución de problemas. En efecto, en el ajuste la resolución de problemas sigue siendo un aspecto central de la formación y del hacer matemático, tal como en el currículum de la reforma; sin embargo, la visión se amplía al considerar que resolver problemas es parte de un concepto más amplio, el razonamiento matemático.

Página 2:

b. Concepción acerca del aprendizaje de la matemática.

El currículum del sector propone que la matemática se aprende haciendo matemática, reflexionando acerca de lo hecho y confrontando la actuación propia con el conocimiento acumulado y sistematizado. Las implicancias que tiene esta concepción con la enseñanza de la matemática es evidente, su enseñanza debe dar muchas oportunidades a los estudiantes de "hacer matemática", esto es, razonar matemáticamente entendiendo por razonamiento matemático la capacidad para resolver problemas, formular conjeturas, verificar la validez de procedimientos y relaciones, razonar bajo hipótesis. Estas actividades deberían estar en el núcleo de las experiencias de aprendizaje deseables.

Página 4:

Algunas de las conclusiones apuntan a que varios de los tópicos y habilidades en los que los jóvenes chilenos muestran resultados especialmente bajos en pruebas internacionales, coinciden con temas que en el currículum chileno eran tratados demasiado tarde. También se observó la tendencia a adelantar la introducción al álgebra y un incremento notable del tratamiento de elementos de probabilidades y estadística a lo largo de los doce años de formación inicial. Otros elementos del análisis de propuestas internacionales se refieren al énfasis en el razonamiento matemático como un aspecto central del currículum.

(...)

f. Consulta pública y consulta a especialistas

Diferentes versiones del ajuste fueron sometidas al análisis y crítica de especialistas de instituciones relevantes del país, de especialistas en educación matemática y matemática, profesores y profesoras, y público en general.

La tensión desde estas diferentes miradas, tanto de educación matemática como de la matemática misma, resultó en un enriquecimiento y, en cierto sentido, aumento de la complejidad de la propuesta resultante. En particular, la introducción de la noción de razonamiento matemático, que se decidió fuese transversal al currículo es, en la actualidad un aspecto central de la propuesta y contribuye a elevar el nivel taxonómico de los aprendizajes propuestos.

Página 5:

III. Criterios o principios orientadores del ajuste curricular.

Los diferentes análisis a los que fue sometido el currículum dieron origen a algunos principios que orientaron la construcción del ajuste curricular.

Criterio de organización. El currículum se organizó en torno a cuatro ejes: números, álgebra, geometría y datos y azar, considerando razonamiento matemático como transversal a dichos ejes. Los ejes son los mismos a lo largo de los doce años de formación general, habida cuenta que los requerimientos formales del eje de álgebra se expresan a partir del quinto año.

(...)

Criterio de la transversalidad del razonamiento matemático. Se buscó, a lo largo de todo el currículum, relevar objetivos y proponer contenidos que apelen a las bases del razonamiento matemático, en particular a la resolución de problemas, búsqueda de regularidades y patrones, formulación de conjeturas, formulación de argumentos y diversas formas de verificación la validez de una conjetura o un procedimiento, el modelamiento de situaciones o fenómenos, para nombrar las centrales.

Página

7:

V. Tópicos especiales

Razonamiento matemático y resolución de problemas.

La matemática se aprende haciendo matemática, reflexionando acerca de lo hecho y confrontando la actuación propia con el conocimiento acumulado y sistematizado. Por ello el razonamiento matemático se aborda transversalmente en estos cuatro ejes. Consecuentemente, resolver problemas, formular conjeturas, verificar la validez de afirmaciones, procedimientos y relaciones, así como lo concerniente a la demostración en matemática, el modelamiento de situaciones y fenómenos, la abstracción y su expresión en el lenguaje simbólico, están en el núcleo de las experiencias de aprendizaje deseables. En esta perspectiva, la resolución de problemas es un aspecto del razonamiento matemático.

Se analizó los diversos niveles del currículum y se incluyó objetivos y contenidos que expresen aprendizajes deseables en esta área. Se trata de una forma de mirar el aprendizaje matemático relativamente reciente y en expansión, de modo que se puede esperar nuevos desarrollos y propuestas en esta dirección.