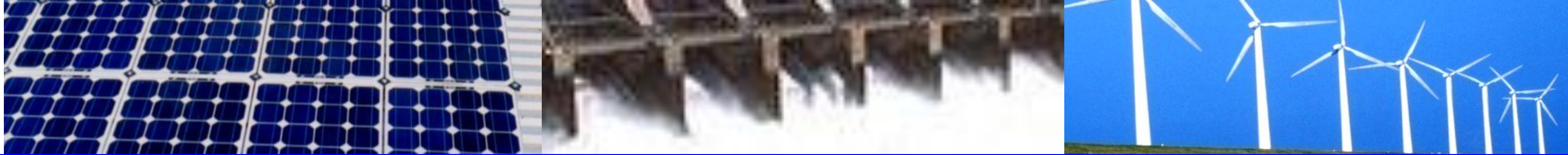
Escuela de Ingeniería Universidad de Chile



EL 4001

Conversión de la Energía y Sistemas Eléctricos

Clase 22: Estado Estacionario 2

Luis Vargas

AREA DE ENERGIA

DEPARTAMENTO DE INGENIERIA ELECTRICA

Temas

- Líneas de Transmisión
- El sistema Eléctrico
- Matriz de Admitancia
- Flujo de Potencia
- Clasificación de Barras
- Método de Gauss - Seidel

Repaso

El objetivo es determinar la condición de operación de una red, bajo los siguientes supuestos:

- Estado de operación estacionario
- Cargas equilibradas

↓

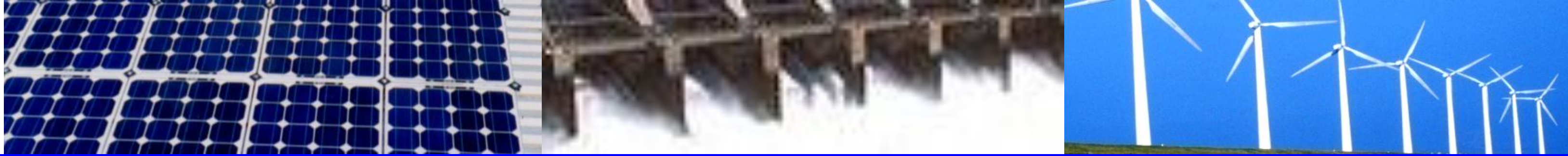
Estudios de flujos de potencia

(Planificación y Operación)

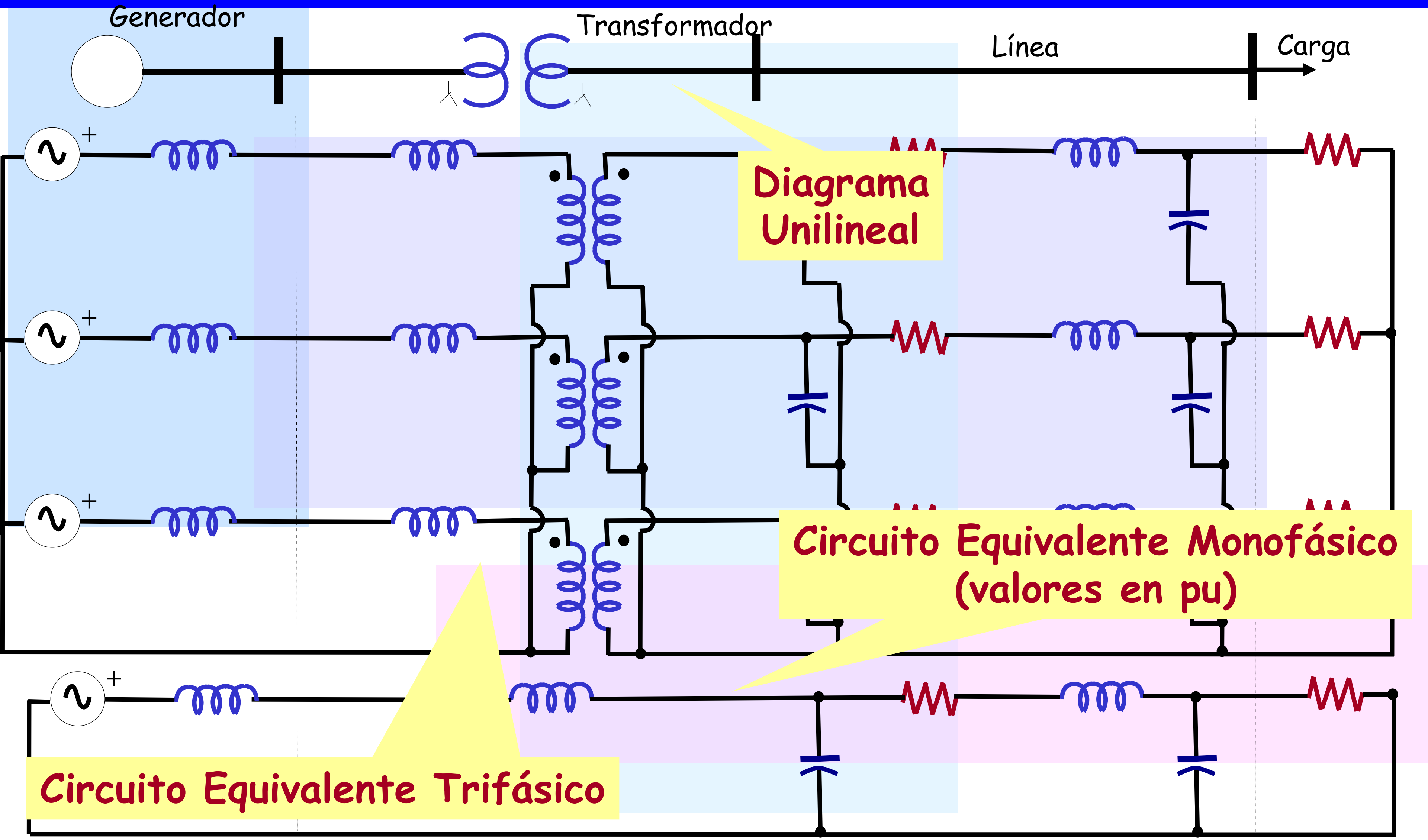
↓

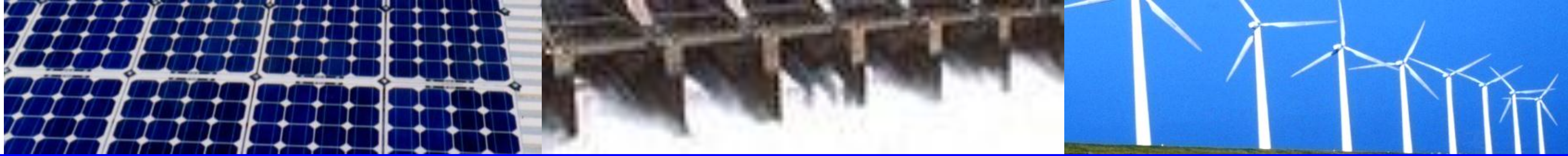
Objetivo General

- Determinación de voltajes complejos en todos los nodos del sistema
- Cálculo de los flujos de potencia activa y reactiva en elementos de unión (líneas aereas, cables de poder, transformadores), pérdidas.
- Estrategias de regulación de tensión y control de reactivos



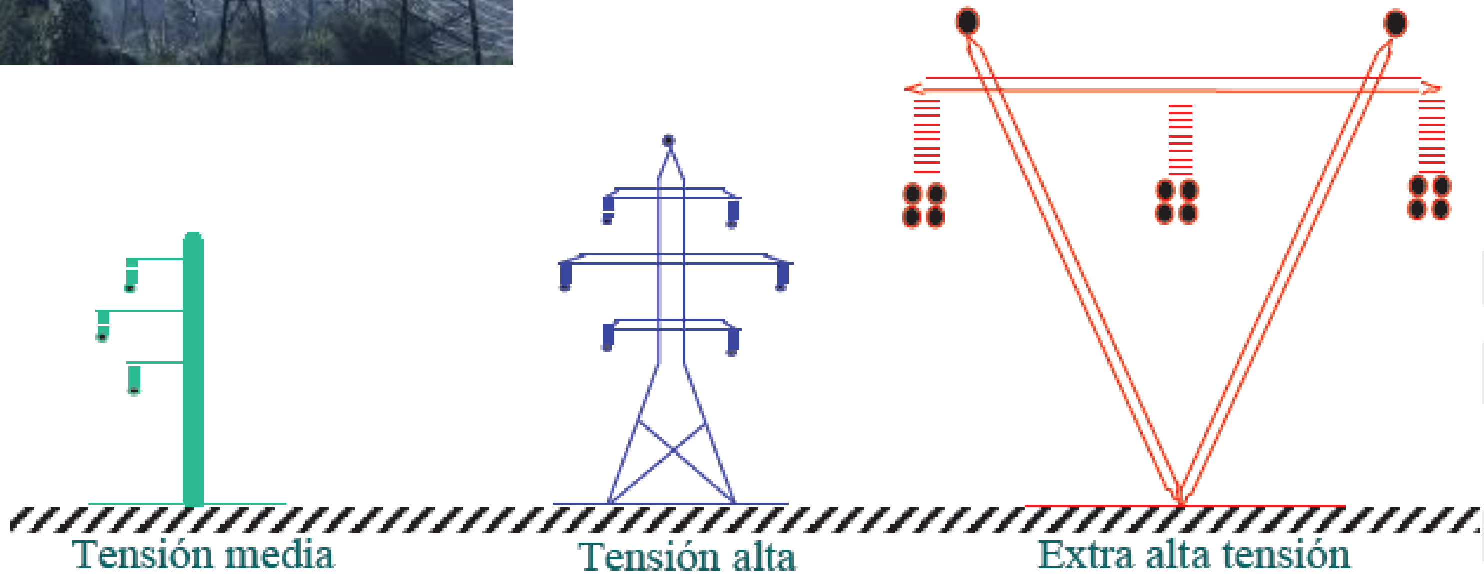
Representación de un sistema eléctrico de potencia





Líneas de Transmisión

Las características eléctricas de la línea dependerán de la configuración de esta.



Líneas de Transmisión

<u>Características eléctricas de una línea</u>:

- Resistencia: propia del conductor utilizado.

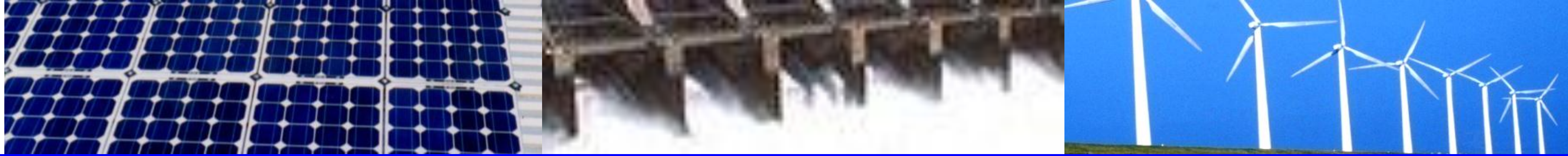
- Inductancia: debido a los flujos magnéticos provocados por las corrientes que se transportan.

- Capacitancia: efecto debido a cercanía entre conductores cargados o entre conductor y tierra.

R’ [Ω/km] Resistencia por unidad de longitud

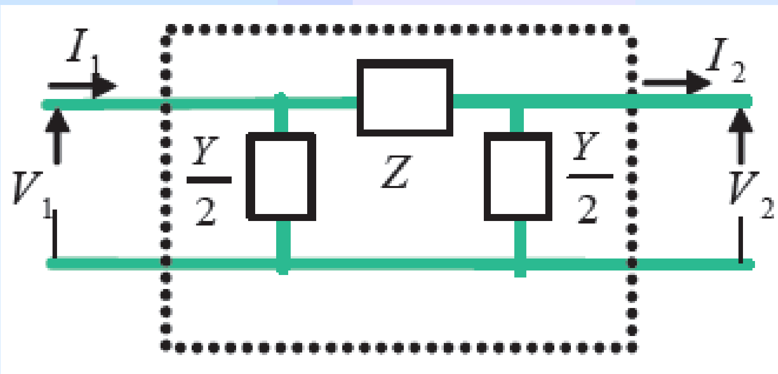
L’ [H/km] Inductancia por unidad de largo

C’ [F/km] Capacitancia por unidad de largo



Líneas de Transmisión

Modelo π de la línea



Si la longitud de la línea es ℓ, se tendrá para este modelo:

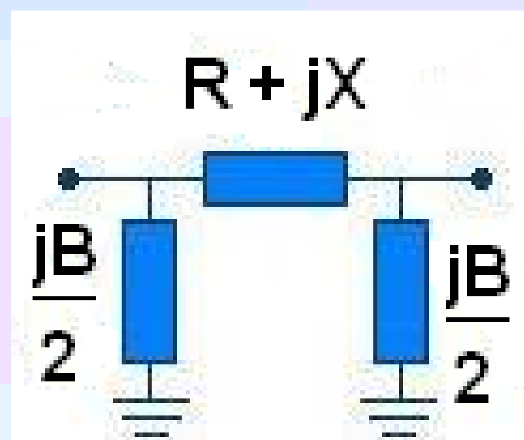
$$Z = (R' + j\omega L')\,\ell$$

$$Y = j\omega C'\ell$$

Obs: Definimos

Reactancia X' [Ω/km] = ωL'

Susceptancia B' [S/km] = ωC'



El Sistema Eléctrico

Ya conocemos los elementos principales de un sistema eléctrico:

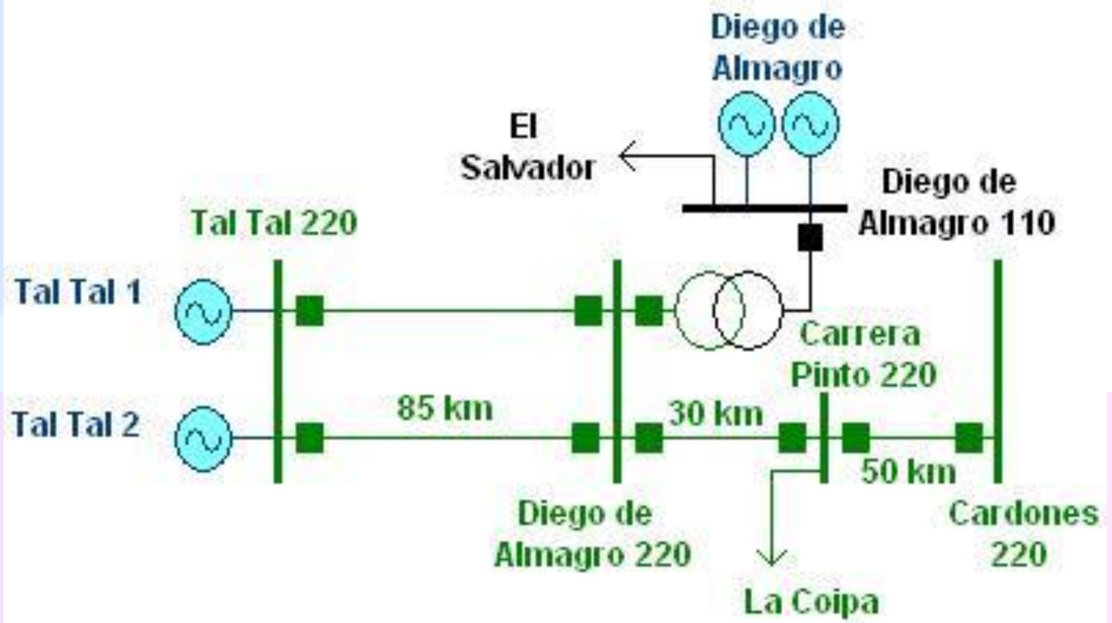
- Centrales Generadoras

- Líneas de Transmisión

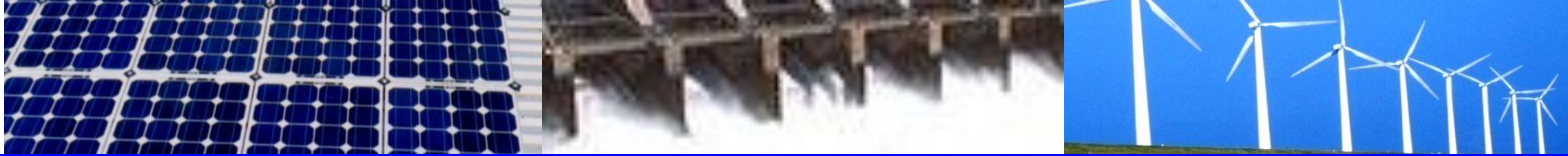
- Transformadores

- Consumos

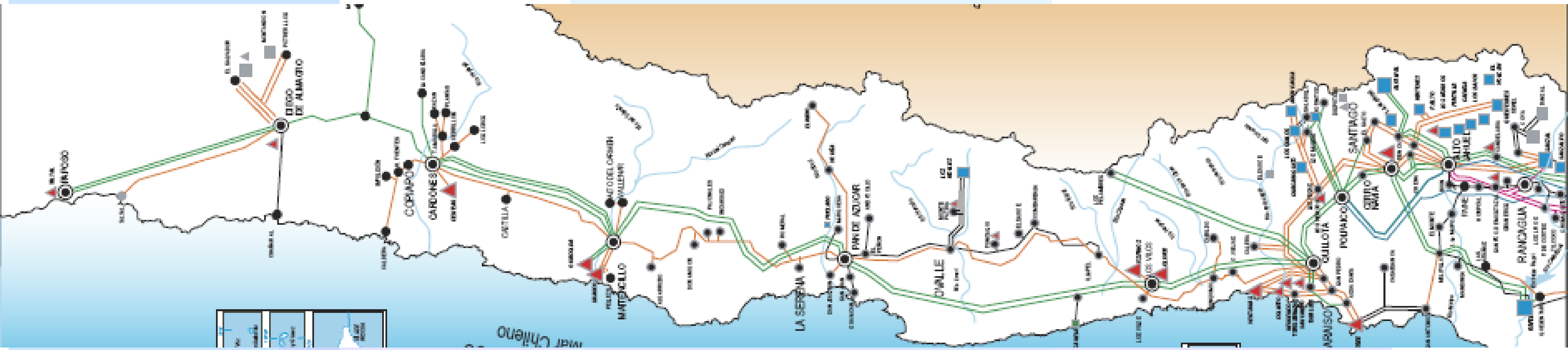
Los nodos de la red los denominamos “Barras”

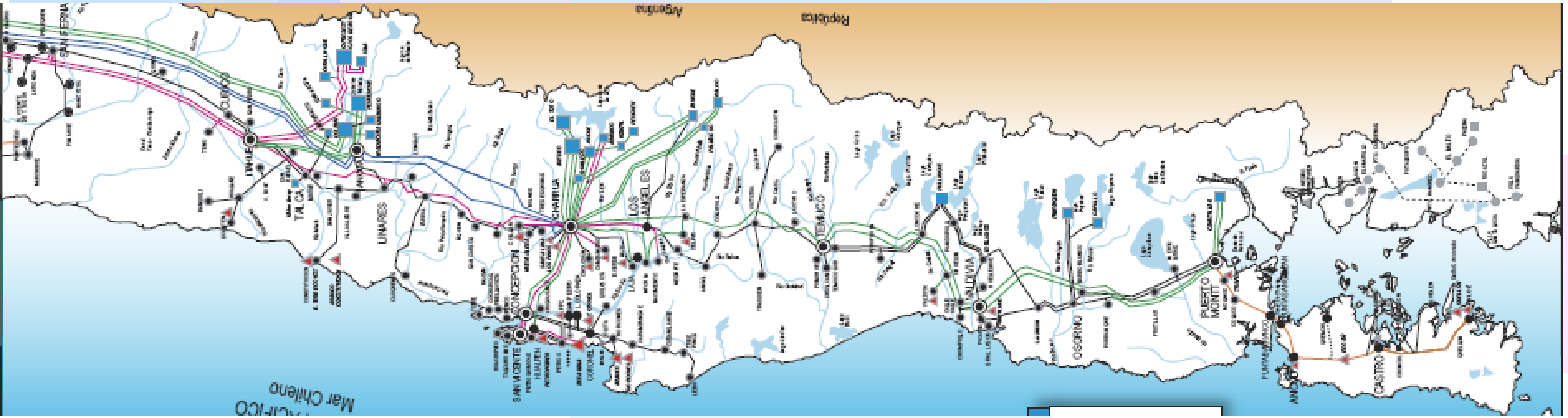


Escuela de Ingeniería Universidad de Chile



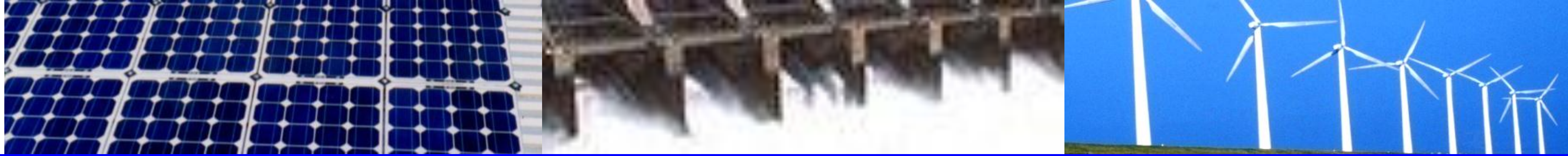
El Sistema Eléctrico: SIC





Escuela de Ingeniería Universidad de Chile

El Sistema Eléctrico: SIC

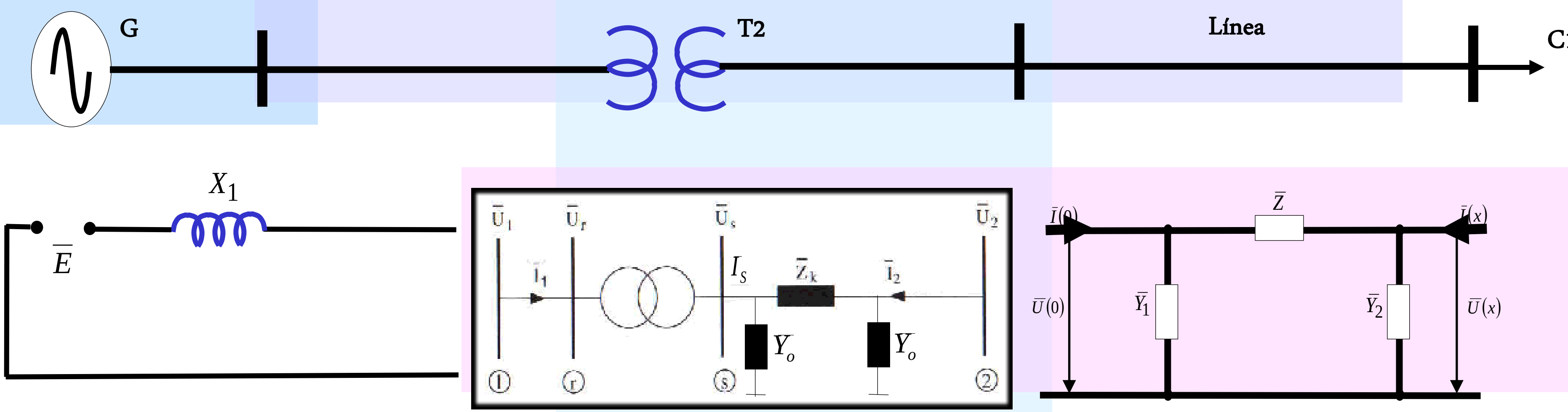


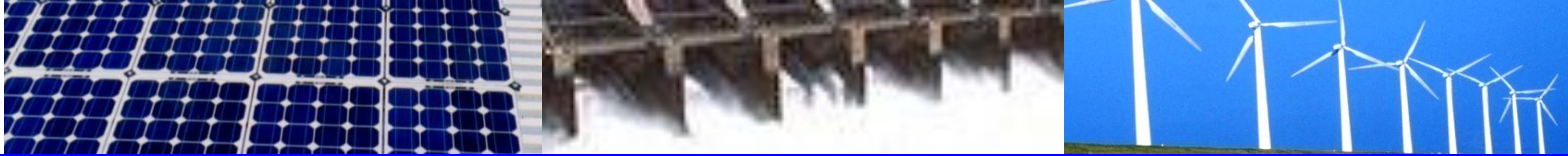
Datos del Modelo

El modelo estacionario requiere de una representación de la red que supone los siguientes aspectos:

- Conocimiento de los consumos en los nodos del sistema
- Representación del sistema en función de un modelo Nodo-Rama

Utilización de modelos de componentes vistos anteriormente

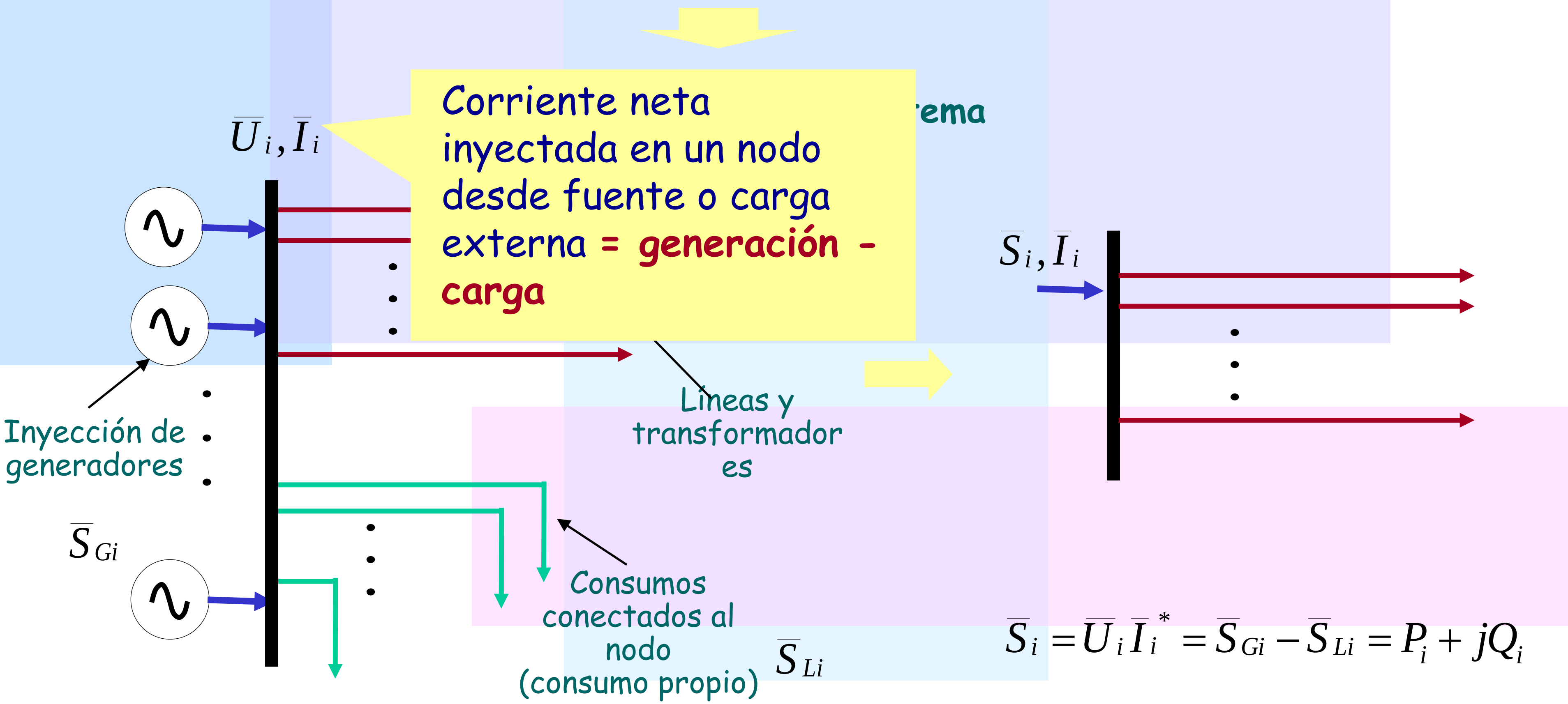




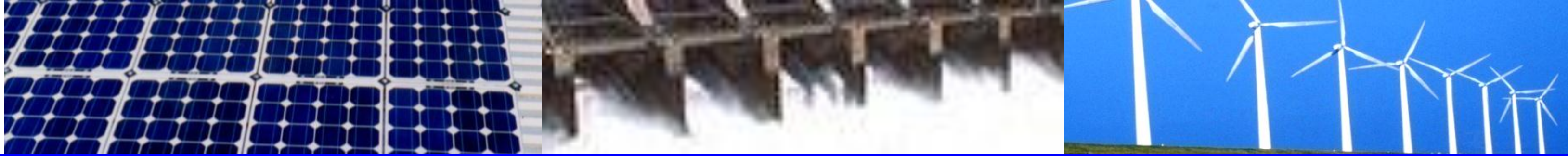
Modelo Estacionario de la Red

Modelo Lineal de la Red

Para la representación matemática de una red en estado estacionario es conveniente el uso de la matriz de admitancia nodal *Y*. Para ello se define en cada nodo *i* del sistema la corriente de nodo $\overline{I}_i$ y el voltaje de nodo $\overline{U}_i$



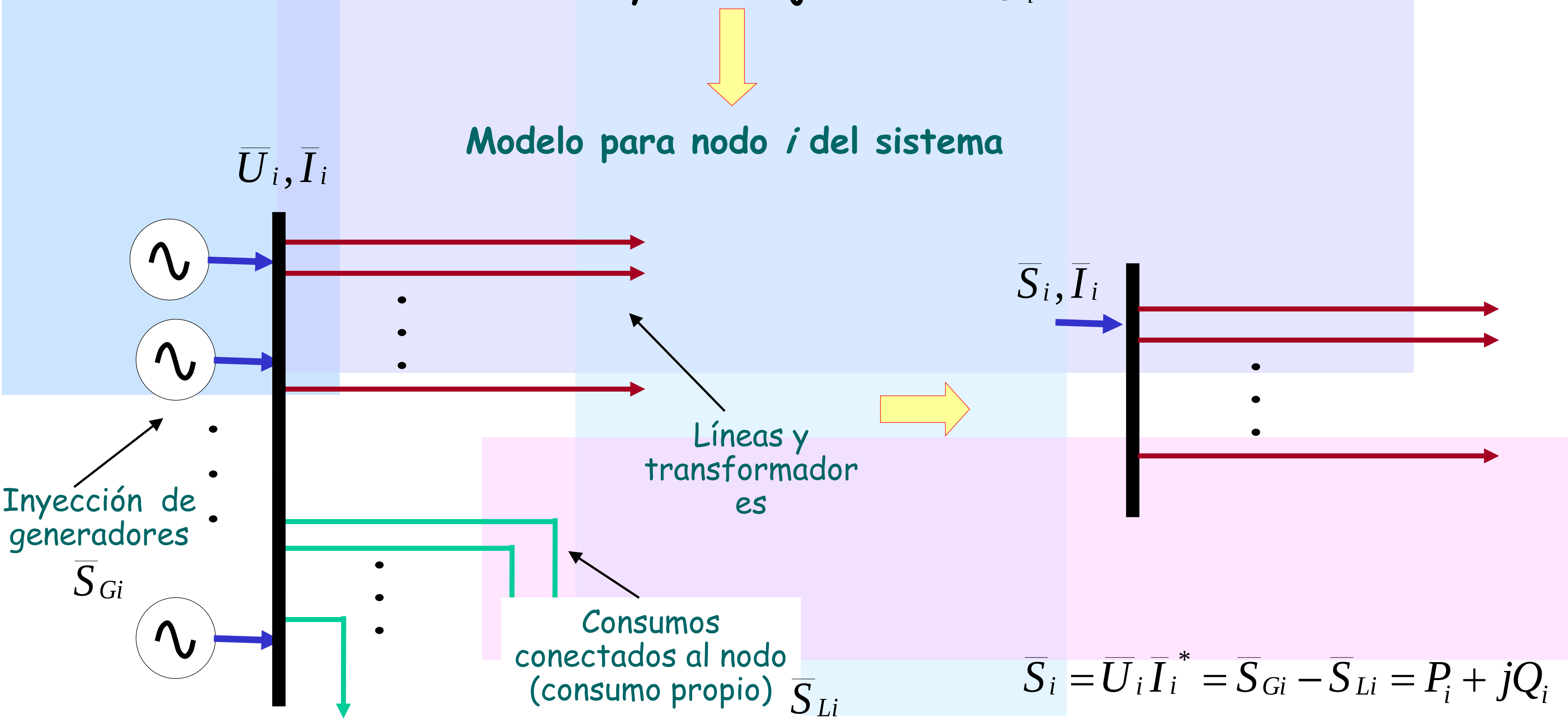
$$\overline{S}_i = \overline{U}_i \overline{I}_i^{\,*} = \overline{S}_{Gi} - \overline{S}_{Li} = P_i + jQ_i$$



Modelo Estacionario de la Red

Modelo Lineal de la Red

Para la representación matemática de una red en estado estacionario es conveniente el uso de la matriz de admitancia nodal *Y*. Para ello se define en cada nodo *i* del sistema la corriente de nodo $\overline{I}_i$ y el voltaje de nodo $\overline{U}_i$

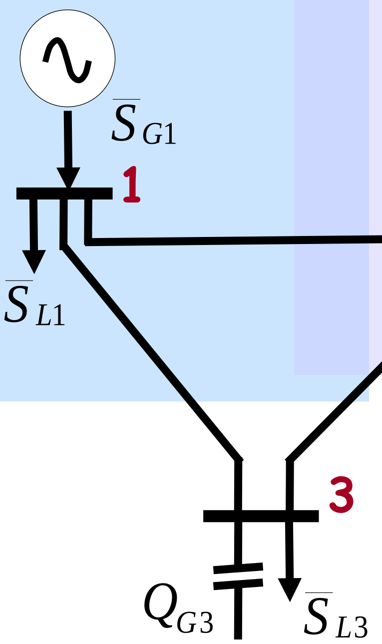


$$\overline{S}_i = \overline{U}_i \overline{I}_i^* = \overline{S}_{Gi} - \overline{S}_{Li} = P_i + jQ_i$$

Modelo Estacionario de la Red

Las corrientes y voltajes de nodos quedan relacionados por la matriz de admintancia nodal

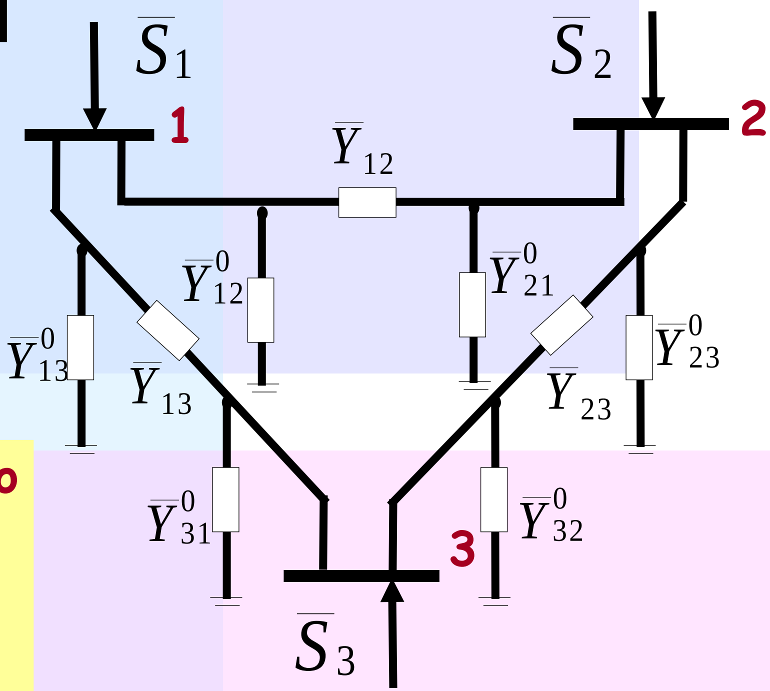
$$[\overline{I}] = [\overline{Y}][\overline{U}]$$



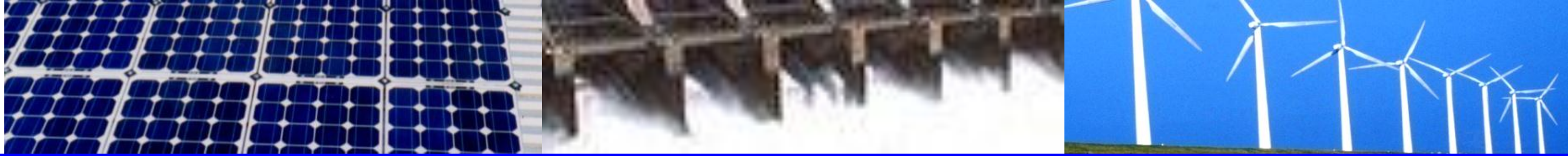
Unilineal

No linealidad de modelo General

$$\overline{S}_i = \overline{U}_i \overline{I}_i^*$$



Modelo Equivalente Monofásico



Modelo Estacionario de la Red

Armado de la matriz de admitancia

$$\left[\bar{I}\right]=\left[\bar{Y}\right]\left[\bar{U}\right]$$

Elementos de la matriz de admitancia $\bar{y}_{ij}$

La regla general para la construcción de la matriz de admitancia está dada po

Elemento de la Diagonal

$$\bar{y}_{ii} = \sum_{k:\bar{Y}_{ik}\in\alpha(i)} \bar{Y}_{ik}$$

Elemento fuera de la Diagonal

$$y_{ij} = -\bar{Y}_{ij}$$

Propiedades

- Simétrica (caso general)
- Dispersa (matriz rala)
- Inversa (matriz densa, si existe)

Modelo Estacionario de la Red

Modelo No Lineal de Red

En sistemas de potencia se conocen las potencias complejas en los nodos que resultan de la diferencia entre la potencia inyectada por los generadores y la retirada por los consumos.

Modelo de red no lineal

Potencia aparente neta

$$\overline{S}_i = \overline{U}_i \overline{I}_i^* = \overline{S}_{Gi} - \overline{S}_{Li} = P_i + jQ_i$$

Reemplazando relación de matriz de admitancia, válida para los *n* nodos del sistema

$$\overline{S}_i = \overline{U}_i \overline{I}_i^* = \overline{U}_i \sum_{j=1}^{n} y_{ij}^* \overline{U}_j^*$$

Determinación de Flujos de Potencia

$$\overline{S}_{ij}^* = \overline{U}_i^* \overline{I}_{ij} = P_{ij} + jQ_{ij} = \overline{U}_i^* \left(\overline{U}_i - \overline{U}_j\right)\overline{Y}_{ij} + \overline{U}_i^2 \overline{Y}_{ij}^0$$

$$\overline{S}_{ji}^* = \overline{U}_j^* \overline{I}_{ji} = P_{ji} + jQ_{ji} = \overline{U}_j^* \left(\overline{U}_j - \overline{U}_i\right)\overline{Y}_{ij} + \overline{U}_j^2 \overline{Y}_{ji}^0$$

Modelo Estacionario de la Red

Especificación de las ecuaciones de balance de flujo de potencia (coordenadas polares)

Nodo de Referencia

$$\overline{U}_1 = U_1 \angle 0^0$$

Otros Nodos

$$\overline{U}_i = U_i \angle \delta_i$$

Elementos de la matriz de admitancia Y

$$\overline{y}_{ij} = y_{ij} \angle \theta_{ij}$$

Balance de flujo nodo *i*

$$P_i = P_{Gi} - P_{Li} = \sum_{j=1}^{n} U_i U_j y_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

$$Q_i = Q_{Gi} - Q_{Li} = \sum_{j=1}^{n} U_i U_j y_{ij} sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

Variables del sistema

$$P_{Gi}, P_{Li}, Q_{Gi}, Q_{Li}, U_i, \delta_i$$

Modelo Estacionario de la Red

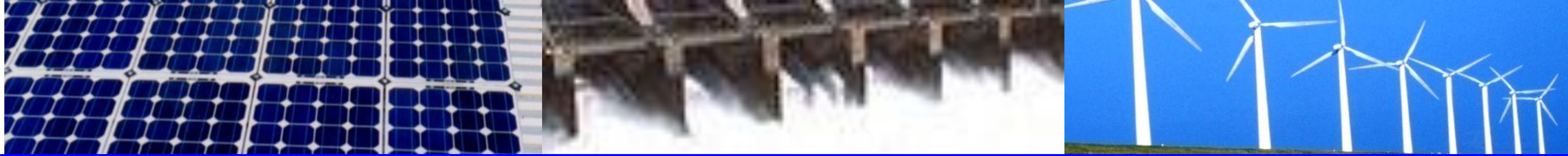
Característica del problema

- No lineal
- 6 variables por nodo
- 2n ecuaciones

Caracterización de nodos en el sistema

- Barras PQ (85%) --> barras de carga o de pasada
- Barras PV (15%) --> barras de generación
- Barra libre (1) (barra slack, referencia) --> es una barra de generación específica

Gauss/Seidel Newton/Raphson



Matriz de Admitancia [Y]

De esta forma se cumplirán las siguientes relaciones:

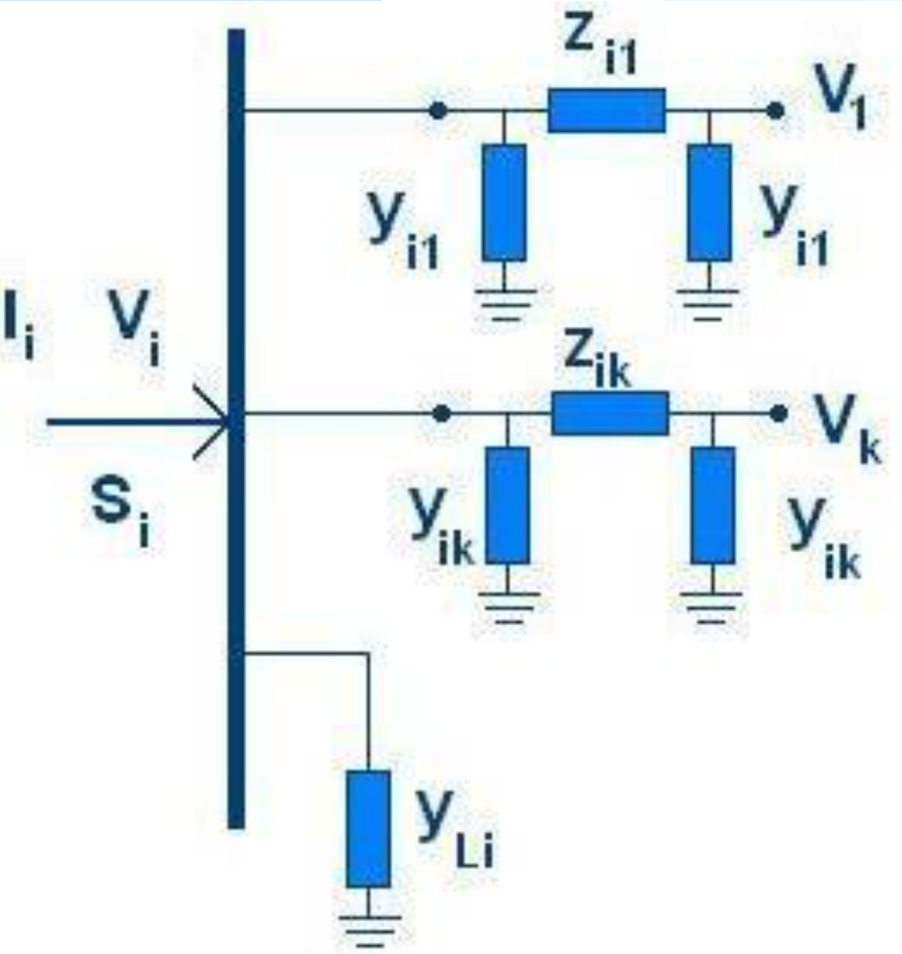
$$I_i = \sum_{k=1}^{n} Y_{ik} \cdot V_k$$

$$S_i = V_i \cdot I_i^* = V_i \cdot \sum_{k=1}^{n} Y_{ik}^* \cdot V_k^*$$

¿Y cómo calculamos la matriz de admitancia?

Matriz de Admitancia [Y]

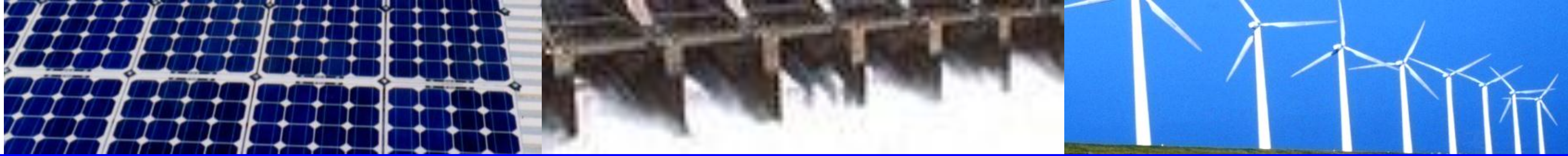
Si utilizamos el modelo π de línea:



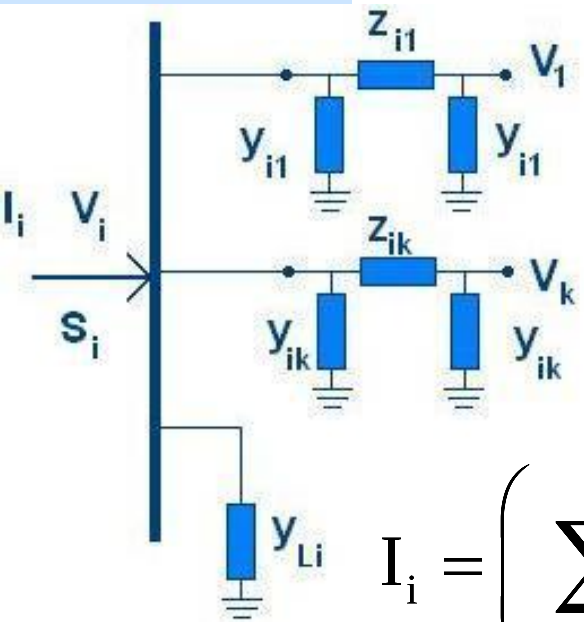
- Existe 1 o más líneas conectadas a la barra i, que la conectan directamente con otra barra del sistema.

- Pueden existir admitancias directamente conectadas entre la barra i, y tierra (por ejemplo, consumos pasivos).

- Denotemos por α(i) el conjunto de nodos o barras que se conectan con la barra i.



Matriz de Admitancia [Y]



$$I_i = \left(\sum_{k \in \alpha(i)} y_{ik} \cdot V_i \right) + \left(\sum_{k \in \alpha(i)} \frac{1}{z_{ik}} \cdot (V_i - V_k) \right) + y_{Li} \cdot V_i$$

Ordenando términos :

$$I_i = V_i \cdot \left(y_{Li} + \sum_{k \in \alpha(i)} \left(y_{ik} + \frac{1}{z_{ik}} \right) \right) + \sum_{k \in \alpha(i)} \left(-\frac{1}{z_{ik}} \cdot V_k \right)$$

Matriz de Admitancia [Y]

Así es posible identificar cada término de la matriz de admitancia:

$$Y_{ii} = y_{Li} + \sum_{k \in \alpha(i)} \left(y_{ik} + \frac{1}{z_{ik}} \right) \qquad \text{elemento diagonal}$$

$$Y_{ik} = -\frac{1}{z_{ik}} \qquad \text{fuera de la diagonal}$$

- La matriz de admitancia, para los casos que estudiaremos, es simétrica. $Y_{ik} = Y_{ki}$.

- Notar que si la barra i no está unida a la barra k, entonces $Y_{ik} = 0$.

Flujo de Potencia

Denotemos todas las variables en notación polar:

$V_i = |V_i| < \delta_i$.

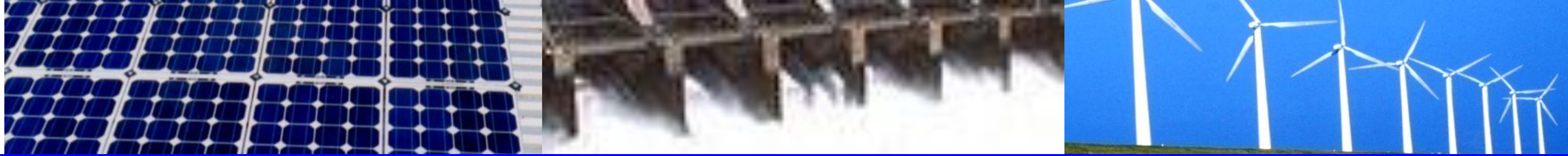
$Y_{ik} = |Y_{ik}| < \theta_{ik}$.

Además:

S_{Gi} : potencia generada en barra i. $P_{Gi} + jQ_{Gi}$.

S_{Li} : potencia consumida en barra i. $P_{Li} + jQ_{Li}$.

$S_{Gi} – S_{Li}$: potencia neta inyectada en la barra i.



Flujo de Potencia

$$S_i = S_{Gi} - S_{Li} = V_i \cdot I_i^* = V_i \cdot \sum_{k=1}^{n} Y_{ik}^* \cdot V_k^*$$

$$S_i = \sum_{k=1}^{n} \left(|V_i| < \delta_i\right) \cdot \left(|V_k| < -\delta_k\right) \cdot \left(|Y_{ik}| < -\theta_{ik}\right)$$

$$S_i = \sum_{k=1}^{n} |V_i| \cdot |V_k| \cdot |Y_{ik}| < \left(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}\right)$$

Entonces

$$P_i = P_{Gi} - P_{Li} = \sum_{k=1}^{n} |V_i| \cdot |V_k| \cdot |Y_{ik}| \cdot \cos\left(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}\right)$$

$$Q_i = Q_{Gi} - Q_{Li} = \sum_{k=1}^{n} |V_i| \cdot |V_k| \cdot |Y_{ik}| \cdot \operatorname{sen}\left(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}\right)$$

Conocidas las tensiones en todas las barras es posible determinar los flujos de potencia en todo el sistema.

Clasificación de Barras

En la práctica no es posible fijar la tensión de todas las barras del sistema.

Habrá consumos o generación que podrán modelarse como de potencia aparente constante, independiente del voltaje.

En otras barras puede requerirse cierto nivel de tensión fijo para alimentar determinada potencia activa.

Por último, se requiere de una barra de tensión y ángulo fijo, que sirva de referencia para los ángulos de las tensiones.

Así, tendremos 3 tipos de barras, con 2 variables fijas y otras 2 a despejar según el modelo:

Clasificación de Barras

Barra Slack: Es la "barra infinita". Su tensión y su ángulo (0°) son fijos independiente de los flujos de potencia. Es única en el sistema y se asocia a barras "grandes". Se desconoce P y Q.

Barra PV: Aquella en la que se conoce la potencia inyectada P y cuya tensión V es fija. Se puede tratar de barras cercanas a generadores que puedan controlar tensión, o a barras que por requerimiento de operación deban tener tensión fija. Se desconoce Q y δ.

Barra PQ: Se conoce P y Q inyectados. En general se trata de barras de consumo a potencia constante. También incluye barras de "pasada" que tienen P = Q = 0.

Método de Gauss - Seidel

Queremos encontrar V, δ para todas las barras del sistema. Por cada barra:

- 6 variables (P,Q,V,δ,I,ϕ)

- 2 ecuaciones derivadas de I = Y V (Re, Im)

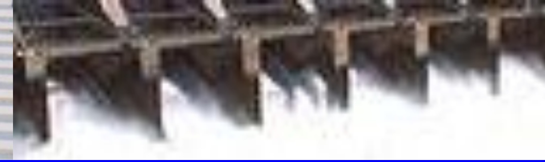
- 2 ecuaciones derivadas de S = V I* (Re, Im)

- 2 variables conocidas

Como se trata de un sistema no lineal que involucra potencias, corrientes y tensiones, se utilizan métodos iterativos para su resolución:

- Gauss – Seidel

- Newton - Raphson


Método de Gauss - Seidel

La “Receta” para Gauss – Seidel

1. Designar las barras del sistema: PQ, PV, Slack, y obtener los valores de sus variables conocidas.

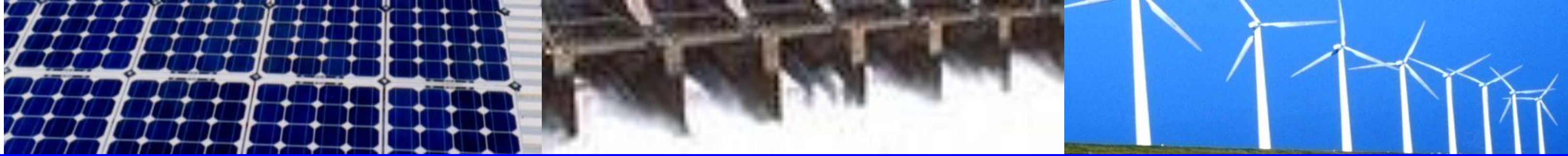
2. Definir un punto de origen para el método iterativo (voltajes iniciales).

    1. Si la barra es PQ, $V^0 = 1<0°$ [p.u.]

    2. Si la barra es PV, $V^0 = V<0°$ [p.u.]

    3. Si la barra es Slack, $V = V<0°$ [p.u.] (fijo)

Esto corresponde a una recomendación. Salvo la barra Slack, las tensiones de barra PQ y ángulo de barra PV son arbitrarios, pero la convergencia del método requiere partir “cerca de la solución”.



Método de Gauss - Seidel

Resolvemos en orden para cada barra la iteración correspondiente:

Barras PQ:

Estimamos la corriente I_i usando los voltajes de la iteración anterior (m).

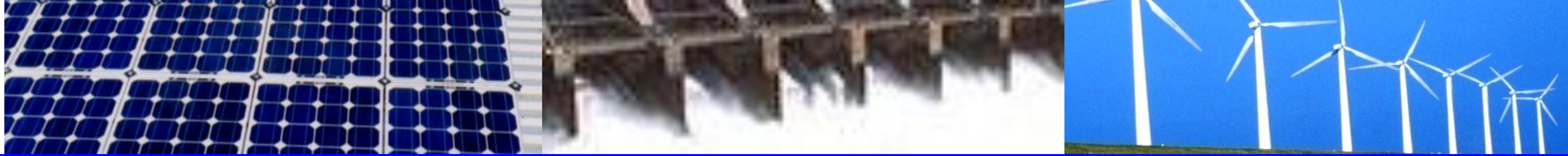
$$I_i = \left(\frac{P_i + jQ_i}{V_i^m} \right)^*$$

Como:

$$I_i = \sum_{k=1}^{n} Y_{ik} \cdot V_k^m$$

Despejamos V_i^{m+1} para la iteración siguiente:

$$V_i^{m+1} = \left| V_i^{m+1} \right| \angle \delta_i^{m+1} = \frac{1}{Y_{ii}} \left[I_i - \sum_{k \neq i} Y_{ik} \cdot V_k^m \right]$$



Método de Gauss - Seidel

Barras PV

Estimamos Q_i con los datos de la iteración anterior.

$$Q_i = \mathrm{Im}\left\{ V_i^m \cdot \sum_{k=1}^{n} Y_{ik}^* \cdot V_k^{m*} \right\}$$

Estimamos la corriente:

$$I_i = \left(\frac{P_i + jQ_i}{V_i^m} \right)^*$$

Despejamos δ_i para la siguiente iteración (V_i es dato):

$$< V_i^{m+1} = \delta_i^{m+1} = < \left\{ \frac{1}{Y_{ii}} \left[I_i - \sum_{k \neq i} Y_{ik} \cdot V_k^m \right] \right\}$$

Método de Gauss - Seidel

Barra Slack

No requiere entrar al proceso de iteración, ya que sus valores de tensión y ángulo son fijos. Sin embargo, de todas formas se utiliza este valor para los cálculos en las otras barras.

El método converge relativamente rápido (orden de 10 iteraciones), aunque claramente el tiempo dependerá de la precisión que se quiera obtener.

Método de Gauss - Seidel

Variantes del método

Gauss – Seidel con actualización de variables

- En cada cálculo utilizo los valores más recientes de tensión, es decir, para calcular V_i^{m+1} utilizo V_1^{m+1}, ...V_{i-1}^{m+1}, V_i^m, ...V_n^m.

Gauss – Seidel con factores de aceleración

- Si llamamos V_{io}^{m+1} al valor calculado con el método tradicional, definimos $\Delta V = V_{io}^{m+1} - V_i^m$, entonces, $V_i^{m+1} = V_i^m + \alpha\Delta V$, donde α se escoge usualmente entre 1.5 y 1.8

Método de Gauss - Seidel

Observaciones:

- Si en una barra PV asociada a un generador se obtiene Q superior a Q_{max} dado por la carta de operación, esta barra debe cambiarse a PQ, con $Q = Q_{max}$. Esto se debe a que la central pierde capacidad de regular tensión al verse limitada en su entrega de reactivos.

- El flujo de potencia activa es desde barras de ángulos mayores hacia barras de ángulos menores.