INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

Profesores: Cristián Cortés, Andrés Weintraub

IN70L/CI5311 – Logística y Producción
Auxiliar 1

Problema 1

Modelo Pesimista (máxima cantidad de puntos para clasificar seguro).
Se modela la máxima cantidad de puntos para quedar eliminado, de manera que al sumar 1 punto, La Roja quedaría clasificada.

- Variables de Decisión

X_{ij} = Cantidad de partidos que el equipo i le gana al j.

$$Y_i = \begin{cases} 1 & \text{Si el equipo } i \text{ tiene los mismos o más puntos que el La Roja} \\ 0 & \sim \end{cases}$$

P_i = Cantidad de puntos que tiene el equipo i.

- Restricciones

1. Naturaleza de las variables

$$X_{ij} \in \{0,1,2\}$$
$$Y_i \in [0,1]$$
$$P_i \in N$$

2. Combinación de resultados posibles

$$X_{i,j} + X_{j,i} \leq 2 \quad \forall i,j \in Equipos, i \neq j$$

3. Cálculo de los puntos de cada equipo

$$P_i = 2\sum_{j \neq i} X_{i,j} + \sum_{j \neq i}(2 - X_{i,j} - X_{j,i}) \quad \forall i \in Equipos$$

4. Condición para quedar eliminado

$$\sum_{i \neq 1} Y_i \geq 4$$

5. Obligar a la variable Y_i a tomar valor uno cuando corresponda

$$P_i \geq P_1 - M(1 - Y_i) \quad \forall i \in Equipos$$

6. Obligar a la variable Y_i a tomar valor cero cuando corresponda

$$P_i \leq P_1 + MY_i \quad \forall i \in Equipos$$

7. Incluir los resultados de partidor ya jugados. Sean $(j,k) \in EquiposxEquipos$ los partidos que se han jugado, supongo que sólo se han jugado los partidos de ida.
   Triunfo de j sobre k: $X_{jk} \geq 1$
   Derrota de j por k: $X_{kj} \geq 1$
   Empate de j con k: $X_{jk} + X_{kj} \leq 1$

- Función Objetivo

$$MaxZ = P_1$$

Luego, obteniendo $P_1 + 1$ puntos, La Roja queda clasificada.

Modelo Optimista (mínima cantidad de puntos para poder clasificar) .
Se modela la cantidad mínima de puntos para poder clasificar. Cambia la definición de la variable Y_i.

- Variables de Decisión

X_{ij} = Cantidad de partidos que el equipo i le gana al j.
$Y_i = \begin{cases} 1 & \text{Si La Roja tiene los mismos o más puntos que el equipo } i \\ 0 & \sim \end{cases}$
P_i = Cantidad de puntos que tiene el equipo i.

- Restricciones

1. Naturaleza de las variables

$$X_{ij} \in \{0, 1, 2\}$$

$$Y_i \in [0, 1]$$

$$P_i \in N$$

2. Combinación de resultados posibles

$$X_{i,j} + X_{j,i} \leq 2 \quad \forall i, j \in Equipos, i \neq j$$

3. Cálculo de los puntos de cada equipo

$$P_i = 3\sum_{j \neq i} X_{i,j} + \sum_{j \neq i} (2 - X_{i,j} - X_{j,i}) \quad \forall i \in Equipos$$

4. Condición para quedar eliminado

$$\sum_{i \neq 1} Y_i \geq 6$$

5. Obligar a la variable Y_i a tomar valor uno cuando corresponda

$$P_i \leq P_1 + M(1 - Y_i) \quad \forall i \in Equipos$$

6. Obligar a la variable Y_i a tomar valor cero cuando corresponda

$$P_i \geq P_1 - MY_i \quad \forall i \in Equipos$$

7. Incluir los resultados de partidor ya jugados.
   Sean $(j,k) \in EquiposxEquipos$ los partidos que se han jugado, supongo que sólo se han jugado los partidos de ida.
   Triunfo de j sobre k: $X_{jk} \geq 1$
   Derrota de j por k: $X_{kj} \geq 1$
   Empate de j con k: $X_{jk} + X_{kj} \leq 1$

- Función Objetivo

$$MinZ = P_1$$

Problema 2

1. Hay al menos 2 formas de modelar el problema.
   Supuesto: La lista de puntajes esta ordenada de manera decreciente. i.e. $P_1 > P_2 > \ldots > P_{200}$

   - Variables de Decisión
     $X_i = \begin{cases} 1 & \text{Si el postulante } i \text{ es elegido.} \\ 0 & \sim \end{cases}$
     Y = variable auxiliar que almacena **la posición** del último postulante elegido. (Z = variable auxiliar que almacena el puntaje del último postulante elegido.)

     Parámetros y conjuntos:
     P_i = puntaje obtenido por el postulante i.
     I = conjunto que contiene el total de postulantes.
     M = subconjunto de postulantes que son mujeres.
     R = subconjunto de postulantes que son de regiones.

- Restricciones

  a) El total de postulantes elegidos debe ser 40

$$\sum_i X_i = 40$$

  b) Se deben elegir al menos 10 postulantes mujeres o 25 %

$$\sum_{i\in M} X_i = 10$$

  c) Se deben elegir al menos 16 postulantes de regiones o 45 %

$$\sum_{i\in R} X_i = 16$$

  d) Siempre que hayan dos postulantes con igual combinación de atributos se debe elegir al de mayor puntaje primero

$$X_i > X_j \quad \forall p \quad \forall i < j \quad i,j \in C_p$$

  e) El 5 % de los postulantes con mejor puntaje debe ser elegido obligatoriamente

$$X_i = 1 \quad \forall i \in 1,..,10$$

  f) Definición de la variable auxiliar

$$iX_i \leq Y \quad \forall i$$

$$(Z \leq X_i P_i + (1 - X_i)M \quad \forall i, M >> 1)$$

  g) Naturaleza de las variables

$$X_i \in [0,1]$$
$$Y \in \mathbf{Z}$$
$$(Z \in \mathbf{Z})$$

- Función Objetivo

$$Min \quad Y$$
$$(Max \quad Z)$$

Problema 3

- Variables de decisión

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{Si mantengo el colegio } i \text{ abierto } (i \in C_1). \\ 0 & \sim \end{cases}$$

$$Y_{it} = \begin{cases} 1 & \text{Si construyo el colegio de tipo } t \text{ en } i \ (i \in C). \\ 0 & \sim \end{cases}$$

$$Z_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{Si asigno alumnos de } i \text{ al colegio ubicado en } j \ (i \in N, j \in C). \\ 0 & \sim \end{cases}$$

W_{ij}= Número de alumnos de i que asigno a colegio ubicado en j $(i \in N, j \in C)$.

- Restriciones

1. Naturaleza de las variables

$$X_i, Y_{it}, Z_{ij} \in \{0, 1\}$$
$$W_{ij} \in N$$

2. Asigno alumnos si la distancia lo permite

$$Z_{ij} - M(1 - Z_{ij}) \leq L - D_{ij} + 1 \quad \forall i, j$$

M grande, por ejemplo $\sum_{ij} D_{ij}$

3. Relación entre variables de asignación

$$W_{ij} \leq M Z_{ij} \quad \forall i, j$$

M grande, por ejemplo E_i

4. Todos los alumnos deben ser asignados

$$\sum_j W_{ij} = E_i$$

5. Para asignar colegio, debe existir

$$Z_{ij} \leq Y_{j1} + Y_{j2} + X_j \quad \forall j \in C_1$$
$$Z_{ij} \leq Y_{j1} + Y_{j2} \quad \forall j \in C/C_1$$

6. Capacidad de los colegios

$$\sum_i W_{ij} \leq EY_{j1} + EMY_{j2} + EX_j \quad \forall j \in C_1$$

$$\sum_i W_{ij} \leq EY_{j1} + EMY_{j2} \quad \forall j \in C/C_1$$

7. Solo un colegio por ciudad

$$Y_{j1} + Y_{j2} + X_j \leq 1 \quad \forall j \in C_1$$

$$Y_{j1} + Y_{j2} \leq 1 \quad \forall j \in C/C_1$$

8. Respetar presupuesto

$$\sum_t \sum_{j \in C} Y_{jt} C_j + \sum_{j \in C_1} (1 - X_j) CE \leq PPTO$$

- Función objetivo

$$Min \quad Z = \sum_t \sum_{j \in C} Y_{j1} C_j + \sum_{j \in C_1} (1 - X_j) CE$$

o bien

$$Min \quad Z = \sum_{i \in N} \sum_{j \in C} W_{ij} D_{ij}$$

Problema 4

Conjuntos:

$E = \{IQ, COB, U, CC, EV, OH, HUA, UDC\}$

$N = \{IQ, COB\}$

$S = \{HUA, UDC\}$

$F = \{1,2,3,4,5,6,7\}$

$R(i) = Archirrival\ de\ i \quad \forall i \in E$

Variables:

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1 & si\ equipo\ i\ \ juega\ de\ local\ con\ equipo\ \ j\ en\ la\ \ fecha\ k \\ 0 & si\ no \end{cases}$$

Restricciones:

1. **Cada equipo juega una vez por fecha:**
   $$\sum_j x_{ijk} + \sum_j x_{jik} = 1 \quad \forall i \in E, k \in F$$
2. **Cada par se enfrenta una vez:**
   $$\sum_k x_{ijk} + \sum_k x_{jik} = 1 \quad \forall i, j \in E, i \neq j$$
3. **Nadie juega contra sí mismo:**
   $$x_{iik} = 0 \quad \forall i \in E, k \in F$$
4. **Nadie juega 3 partidos seguidos de local:**
   $$\sum_{n=k}^{k+2} \sum_j x_{ijn} \leq 2 \quad \forall i \in E, k \in \{1,..,5\}$$
5. **Nadie juega 3 partidos seguidos de visita:**
   $$\sum_{n=k}^{k+2} \sum_j x_{jin} \leq 2 \quad \forall i \in E, k \in \{1,..,5\}$$
6. **Equipos del Norte no viajan al Sur en semanas consecutivas:**
   $$\sum_{j \in S} \left(x_{jik} + x_{ji(k+1)} \right) \leq 1 \quad \forall i \in N, k \in \{1,..,6\}$$
7. **Equipos del Sur no viajan al Norte en semanas consecutivas:**
   $$\sum_{j \in N} \left(x_{jik} + x_{ji(k+1)} \right) \leq 1 \quad \forall i \in S, k \in \{1,..,6\}$$
8. **Colo Colo local, U de Chile visita y viceversa:**
   $$\sum_j x_{CCjk} - \sum_j x_{jUk} = 0 \quad \forall k \in F$$
   ó bien $\sum_j x_{Ujk} - \sum_j x_{jCCk} = 0 \quad \forall k \in F$

   ó bien $\sum_j x_{CCjk} + \sum_j x_{Ujk} \leq 1 \quad \forall k \in F \quad y \quad \sum_j x_{jCCk} + \sum_j x_{jUk} \leq 1 \quad \forall k \in F$
9. **Recibe a CC (U), visita a U (CC) y viceversa:**
   $$\sum_k x_{iCCk} - \sum_k x_{Uik} = 0 \quad \forall i \in E / \{CC, U\}$$
   ó bien $\sum_k x_{iUk} - \sum_k x_{CCik} = 0 \quad \forall i \in E / \{CC, U\}$

   ó bien
   $$\sum_k x_{iCCk} + \sum_k x_{iUk} \leq 1 \quad \forall i \in E / \{CC, U\} \quad y \quad \sum_k x_{CCik} + \sum_k x_{Uik} \leq 1 \quad \forall i \in E / \{CC, U\}$$
10. **Everton visita en fecha 3:**
    $$\sum_j x_{EVj3} = 0$$
    ó bien $\sum_j x_{jEV3} = 1$
11. **Clásicos se juegan entre fecha 4 y 6:**
    $$x_{iR(i)k} = 0 \quad \forall i \in E, k \in \{1,2,3,7\}$$
    ó bien $\sum_{k \in \{1,2,3,7\}} x_{iR(i)k} = 0 \quad \forall i \in E$

ó bien $\sum_{k\in\{4,5,6\}} x_{iR(i)k} = \frac{|E|}{2} \quad \forall i \in E$

Función Objetivo:

$$Max\left\{\sum_{i} x_{iR(i)5}\right\}$$