

Pregunta 1

CI5103 Otoño 2011

Prof. Marcelo Olivares
Prof. Aux. Sebastián Krögh

La "muerte" de un lago ocurre cuando el oxígeno disuelto en el nivel más bajo del lago (hipolimnio) se ve disminuido por el consumo de la materia orgánica (DBO) durante el verano (el cual se asumirá que ocurre entre los días 91 y 273 del año). Si el O₂ decae por bajo el nivel crítico (3 mg/l) antes de la "mezcla" del lago (epilimnio se mezcla con el hipolimnio), los peces se mueren:

La DBO resulta de:

- Descargas de aguas residuales
- Crecimiento desmesurado de algas ("Blooms"), estimulado por los nutrientes de las aguas residuales
- Depósitos de materia no descompuesta acumulados en el fondo del lago en años anteriores.

Se pide crear un modelo Vensim que prediga si la concentración de O₂ en el hipolimnio será suficiente en la temporada de verano, para evitar la muerte del lago.

Evalúe los efectos de las medidas de control de la contaminación que se podrían definir (justifique sus supuestos). En particular, haga comentarios sobre:

- La estructura del modelo
- Las ecuaciones del modelo
- Los resultados del modelo bajo varias condiciones de medidas de control de la contaminación.

Hay 5 variables de estado (A, P, DBO_h, DBO_s, OD), y una ecuación diferencial para cada una. Estas se muestran a continuación:

1. Algas "A" (mg/l) en el epilimnio

$$(dA/dt) * V_{\text{epi}} = X - [K_{A,\text{decay}} * A * V_{\text{epi}}] - [K_{A,\text{sink}} * A * V_{\text{epi}}]$$

Donde:

$$X = (\text{MAX} [0, \sin(2(t-91)*\pi()/365)*K_{\text{Agrowth}}*\text{MIN}(1, P/P_{\text{max}})]) * A * V_{\text{epi}}$$

(el lado izquierdo de la ecuación diferencial es el cambio de la masa de algas en el tiempo); el lado derecho tiene tres términos: el primero representa el crecimiento de las algas como función del tiempo (en días desde el inicio del

verano), la concentración de fósforo P, y la cantidad de algas; el segundo es la muerte de las algas que decaen en el epilimnio; y el tercero es la razón entre el estancamiento/pérdida de algas en el hipolimnio. V_{epi} es el volumen del epilimnio, y los distintos K son las tasas de los parámetros.)

2. Fósforo en el epilimnio (mg/l):

$$(dP/dt) * V_{epi} = -[F_{Afos} * X] + [F_{wfos} * (1 - F_{wsink}) * W * 1000] + [F_{Afos} * K_{adecay} * A * V_{epi}]$$

(el lado izquierdo es el cambio en la masa de fósforo a través del tiempo; el lado derecho incluye los términos (a) pérdida de P debido al crecimiento de algas; (b) entrada de fósforo debido a la entrada de aguas residuales W; y (c) entrada de P por el decaimiento de las algas. Las F son varias fracciones, las cuales se asumirán conocidas.)

3. DBO en el hipolimnio (mg/l):

$$(dDBO_h/dt) * V_{hipo} = -(K_{decay} * DBO_h * V_{hipo}) + [(1 - F_{SinkSed}) K_{ASink} * A * V_{epi}] + [F_{WSink} W (1 - F_{SinkSed}) * 1000] + [1000 K_{Sed} * DBO_s]$$

(en el lado izquierdo es el cambio de masa de DBO en el tiempo, a la derecha se tienen 4 términos: (a) decaimiento de DBO en el agua; (b) entrada de algas por la sedimentación desde el epilimnio; (c) entrada por la pérdida de W; y (d) entrada de DBO por sedimento. V_{hipo} es el volumen del hipolimnio.)

4. DBO en el sedimento (gr):

$$dDBO_s/dt = [F_{SinkSed} * K_{ASink} * A * V_{epi} / 1000] - [K_{sed} * DBO_s] + [F_{WSink} * F_{Sed} * W]$$

(el lado derecho incluye: (a) DBO por sedimentación de algas, (b) pérdida de DBO en el hipolimnio y (c) ganancia de DBO producto de las aguas servidas)

5. Oxígeno disuelto en el hipolimnio (mg/l):

$$(dOD/dt) V_{hipo} = [-K_{decay} * DBO_h * V_{hipo}]$$

Se asume que la reaeración es insignificante debido a la termoclina que existe entre el epilimnio y el hipolimnio.

HINT: Al implementar Vensim, si hay una constante en el lado izquierdo de la ecuación diferencial, se tendrá que eliminar dividiendo por ella en ambos lados. Esto se tendrá que hacer en las ecuaciones 1, 2, 3 y 5.

Datos

W: Waste= 3,000,000,000 (gr/día)

OD(t) = 8 (mg/l) para $t < 91$ y $t > 273$ (i.e. Se asume una mezcla completa en este periodo, solo se debe simular para $t = [91, 273]$)

- $V_{epi} = 10^{15}$ [lt]
- $V_{hipo} = 10^{14}$ [lt]
- $K_{adecay} = 0,02$ (1/día)
- $K_{decay} = 0,04$ (1/día)
- $K_{ASink} = 0,0005$ (1/día)
- $K_{Agrowth} = 0,07$ (1/día)
- $K_{Sed} = 0,001$ (1/día)
- $P_{max} = 0,002$ (mg/l)
- $FS_{inkSed} = 0,5$
- $F_{wsink} = 0,2$
- $F_{wfos} = 0,005$
- $F_{afos} = 0,0005$

Condiciones iniciales ($t=91$):

A= 2 (mg/l)

P = 0,00273 (mg/l)

DBO_h = 0 (mg/l)

DBO_{Sed} = 3×10^{12} (gr)

OD = 8 (mg/l)