Auxiliar 2 - Lógica Proposicional

Cátedra: Inteligencia Artificial
Profesor: Pablo Barceló
Auxiliar: Miguel Romero

28 de Marzo del 2011

1. Formalice el siguiente argumento en el cálculo proposicional:
   "Si Superman fuera capaz y deseara prevenir el mal, entonces lo haria. Si Superman fuera incapaz de prevenir el mal, entonces sería impotente, y si no deseara prevenir el mal, entonces sería malévolo. Si Superman existe, no es ni impotente ni malévolo. Superman no previene el mal".
   Demuestre que "Superman no existe" es consecuencia lógica de esta formalización. Dé una demostración por resolución de esto.

2. Construya demostraciones por resolución para establecer que:
   (a) $\{\neg p \vee q, r \vee \neg(p \wedge q)\} \models \neg p \vee (q \wedge r)$.
   (b) $p \vee (q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r)$ es tautología.

3. Sea Σ un conjunto de fórmulas (eventualmente infinito). El teorema de compacidad dice que Σ es satisfacible si y sólo si cada subconjunto finito de Σ es satisfacible.
   Usando el teorema de compacidad demuestre que $\Sigma \models \varphi$ si y sólo si existe un subconjunto finito $\Sigma^{'}$ de Σ tal que $\Sigma^{'} \models \varphi$.

4. Sea $\{\phi_1, \phi_2, ...\}$ un conjunto infinito de fórmulas. Asuma que para toda valuación σ, se tiene que existe i tal que $\sigma(\phi_i) = 1$.
   Asuma que $\{\alpha_1, \alpha_2, ...\}$ es un conjunto infinito de fórmulas tal que para cada $i \geq 1$ se tiene que α_i está en CNF y es equivalente a $\neg\phi_i$.
   Use el teorema de compacidad para demostrar que existe un entero j tal que $\{\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_j\} \vdash \square$.

5. Decimos que Σ es insatisfacible minimal si es insatisfacible y todo subconjunto propio de Σ es satisfacible.
   (a) Demuestre si Σ es infinito, entonces no es insatisfacible minimal.
   (b) Demuestre que para todo n, existe un conjunto de fórmulas Σ insatisfacible minimal, tal que $|\Sigma| = 2^n$ (Hint: considere las variables $p_1, ..., p_n$ y asocie a cada posible valuación una fórmula).
   (c) Demuestre que para todo n, existe un conjunto de fórmulas Σ insatisfacible minimal, tal que $|\Sigma| = n$ (Hint: considere fórmulas del estilo $p_1 \wedge (\neg p_2 \vee ... \vee \neg p_n)$).