

Auxiliar 4 - Resolución de Primer Orden

Cátedra: Inteligencia Artificial

Profesor: Pablo Barceló

Auxiliar: Miguel Romero

18 de Abril del 2011

Para chequear que un conjunto de oraciones Σ en la lógica de primer orden es insatisfacible, seguimos este procedimiento en general:

1. Pasar todas las oraciones a su forma normal prenex.
2. Aplicar skolemización a todas las oraciones, para eliminar cuantificadores existenciales.
3. Incorporar los axiomas de la igualdad.
4. Quitar los cuantificadores universales (se asumen que están implícitos), y pasar las fórmulas a CNF, separando todas las cláusulas.
5. En general, por comodidad, se renombran las variables para que en cada cláusula sean distintas.

Cada paso se puede hacer, y además se preserva siempre la satisfacibilidad de Σ . En particular, esto prueba que para todo conjunto de oraciones Σ , existe un conjunto de cláusulas Γ tal que

$$\Sigma \text{ es satisfacible} \iff \Gamma \text{ es satisfacible}$$

Finalmente por el teorema de Herbrand sabemos que un conjunto de cláusulas Γ es insatisfacible si y solo si se puede llegar desde Γ a la cláusula vacía $\square$ usando resolución de primer orden.

1. Demuestre usando resolución que $\{\exists x \forall y R(x, y)\} \models \forall y \exists x R(x, y)$. Que sucede si se quiere demostrar $\{\forall y \exists x R(x, y)\} \models \exists x \forall y R(x, y)$.
2. Demuestre usando resolución que $P(h(a), c, f(g(d)))$ es consecuencia lógica del siguiente conjunto de fórmulas:

$$\{R(e), e = h(a), f(c) = g(d), \forall x \forall y (R(x) \rightarrow P(x, y, f(f(y))))\}$$

3. Sea $\mathcal{L} = \{e, \circ\}$, con e una constante y $\circ$ función binaria. Sea Σ los axiomas de la teoría de grupos, es decir

$$(a) \quad \forall x \forall y \forall z \quad x \circ (y \circ z) = (x \circ y) \circ z$$

$$(b) \quad \forall x \exists y \quad x \circ y = e$$

$$(c) \quad \forall x \quad x \circ e = x$$

Pruebe usando resolución que

$$(a) \quad \Sigma \models \forall x \exists y \quad y \circ x = e$$

$$(b) \quad \Sigma \models \forall x \quad e \circ x = x$$