

AUXILIAR 6: MATEMÁTICAS DISCRETAS PARA LA COMPUTACIÓN

PROFESOR: PABLO BARCELÓ

AUXILIARES: JAVIERA URRUTIA - MAURO ESCOBAR

10 DE MAYO DE 2011

P1. Sea un borracho parado en la recta de los enteros. El borracho cada paso se mueve a la derecha o a la izquierda, con probabilidad p y $1 - p$, respectivamente. Asumiendo que el borracho parte desde el 0, calcule la probabilidad de que en el paso n el borracho esté nuevamente en el 0.

P2. Definamos $S(m, n)$ el número de funciones sobreyectivas de un conjunto de m elementos a un conjunto de n elementos. Muestre que $S(m, n)$ satisface la relación de recurrencia

$$S(m, n) = n^m - \sum_{k=1}^{n-1} \binom{n}{k} S(m, k)$$

para $m \geq n$ y $n > 1$, con $S(m, 1) = 1$.

P3. Un modelo permite estimar la caza de huemules en una temporada mediante el promedio de la caza de los dos años anteriores.

- (i) Encuentre una relación de recurrencia que defina $\{H_n\}$, el número de huemules cazados en una temporada, para todo $n > 3$.
- (ii) Resuelva esta ecuación de recurrencia con condiciones iniciales $H_1 = 1$ y $H_2 = 3$.

P4. (i) Encuentre una relación de recurrencia para el número de strings ternarios (strings de 3 dígitos) que no contienen dígitos consecutivos iguales. ¿Cuál es la condición inicial?

(ii) Encuentre una relación de recurrencia para el número de strings ternarios que contienen 2 dígitos consecutivos iguales. ¿Cuál es la condición inicial?

(iii) Resuelva las relaciones anteriores.

P5. Calcule el número de soluciones que tiene la ecuación

$$x_1 + x_2 + x_3 = 11$$

donde x_1 , x_2 y x_3 son enteros no negativos. ¿Y si ahora imponemos $x_1 \leq 3$, $x_2 \leq 4$ y $x_3 \leq 6$?

P6. ¿Cuántas funciones sobreyectivas existen si el dominio y el recorrido tienen tamaño 6 y 3, respectivamente?