Auxiliar 3: Matemáticas Discretas para la Computación

Profesor: Pablo Barceló
Auxiliares: Javiera Urrutia - Mauro Escobar
13 de abril de 2011

P1. Demuestre que si se tiene un conjunto de n rectas en el plano, tal que no hay dos paralelas ni tres concurrentes (tres que se intersectan en el mismo punto), entonces ellas dan lugar a $(n^2 + n + 2)/2$ regiones.

P2. Demuestre que para todo $i, j \geq 1$, cualquier tablero de dimensiones $2i \times 3j$ se puede cubrir con piezas en forma de `L`.

P3. Los números de Fibonacci están dados por la recurrencia $F_0 = 0$, $F_1 = 1$ y $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$, $\forall n \geq 2$. Denotamos por F_i al i-ésimo número de Fibonacci. Demuestre que $\forall n, k \geq 1$

$$F_k F_n + F_{k+1} F_{n+1} = F_{n+k+1}.$$

P4. Una descomposición de Fibonacci de n es un conjunto de números, los cuales cumples que

(i) Aparecen en la secuencia de Fibonacci,
(ii) No aparecen consecutivos en la secuencia de Fibonacci y
(iii) La suma de todos ellos es n.

Demuestre que todo $n \geq 1$ tiene una descomposición de Fibonacci.

P5. Demuestre usando inducción que $\sqrt{2}$ no es racional.

P6. Demuestre que para todo $n \geq 1$, si consideramos el tablero de $2^n \times 2^n$ casilleros y eliminamos un casillero arbitrario del tablero, entonces puede ser cubierto con piezas que ocupan 3 casilleros y tienen forma de `L`.

P7. Demuestre que para todo n, si escogemos n naturales consecutivos arbitrarios, entonces el producto de ellos es divisible por $n!$.