Astrofísica de las estrellas AS3101
Tarea 1

Profesor: Patricio Rojo
Auxiliar: Fernando Olguín

17 de Marzo de 2011

Fecha Entrega: 31 de Marzo de 2011

(Está permitido discutir los problemas en grupo, pero el trabajo debe ser individual.)

1. a) Si se estima que la magnitud de una estrella tiene un error de 0.01. ¿Cuál es el error porcentual en el flujo de la estrella?

   b) Se tiene un sistema binario con una magnitud m = 10, en el cual no es posible resolver sus componentes individualmente. Si se asume que ambas estrellas son iguales. ¿Cuál es la magnitud de cada una de ellas? ¿Y si fuese un sistema triple?

   c) Si una diferencia de una magnitud correspondiese a un factor 3 en el flujo. ¿Cuál sería la fórmula que reemplazaría a la tradicional $m_1 = m_2 = -2.5log(\frac{F_1}{F_2})$? Si el nuevo sistema coincidiera con el tradicional para una estrella de magnitud cero. ¿Cuál seria la magnitud de una estrella, en este nuevo sistema, si en el sistema actual tiene una magnitud $m = 25$?

2. Sean las masas de las estrellas de un sistema binario M_1 y M_2 ($M_2 < M_1$). Si las estrellas describen una órbita circular en torno al centro de masa:

   a) Encuentre expresiones para la distancia de las estrellas al centro de masa en función de la distancia entre ellas (r) y las masas.

   b) Sea Ω la velocidad angular de las estrellas en torno al centro de masa. Demuestre que la segunda ley de Kepler implica :

   $$\Omega^2 = \frac{G(M_1 + M_2)}{r^3} \qquad \text{Tercera ley de Kepler}$$

   c) Encuentre expresiones para v_1 y v_2, las velocidades medidas por un observador usando el efecto Doppler, si el plano orbital está inclinado un ángulo i con respecto a la línea de la visual.

d) Usando los resultados anteriores encuentre explesiones para: r, M_1/M_2 y $M_1 + M_2$. Cuál de estos parámetros puede determinar utilizando sólo velocidades Doppler? Cómo estimaría i y entre que valores varía para que se produzca un eclipse?

e) Cómo cambian sus resultados si las orbitas son elípticas? Considere los semi-ejes mayores a_1 y a_2.

f) La distancia a la estrella de Barnard es de 1.83 pc y tiene una masa de 0.135 $M_\odot$. Se ha observado que ésta oscila con una amplitud de 0.026" en un periodo de 25 años. Asumiendo que esta oscilación es producida por un planeta, determine la masa y el radio de la órbita del planeta.

3. Se define:

- Longitud de onda equivalente del filtro x:

$$\lambda_{0,x} = \frac{\int_0^\infty \lambda S_x(\lambda)\,\mathrm{d}\lambda}{\int_0^\infty S_x(\lambda)\,\mathrm{d}\lambda} \tag{1}$$

  donde $S_x(\lambda)$ es la función de respuesta del filtro x.

- Longitud de onda efectiva del filtro x:

$$\lambda_{e,x} = \frac{\int_0^\infty \lambda S_x(\lambda) f(\lambda)\,\mathrm{d}\lambda}{\int_0^\infty S_x(\lambda) f(\lambda)\,\mathrm{d}\lambda} \tag{2}$$

  para un objeto con flujo por unidad de longitud de onda $f(\lambda)$

- Ancho de banda equivalente del filtro x:

$$\Delta\lambda_x = \sqrt{\frac{\int_0^\infty (\lambda - \lambda_0)^2 S_x(\lambda)\,\mathrm{d}\lambda}{\int_0^\infty S_x(\lambda)\,\mathrm{d}\lambda}} \tag{3}$$

- Magnitud aparente en la banda x

$$m_x = -2.5 \log \left(\int_0^\infty S_x(\lambda) f(\lambda)\,\mathrm{d}\lambda \right) + C_x = -2.5 \log F_x + C_x \tag{4}$$

  con C_x constante y F_x es el flujo integrado en la banda x.

Utilizando los datos del sistema UBV y de Vega, disponibles en u-cursos, determine para todos los filtros:

a) El ancho de banda equivalente, la longitud de onda equivalente y la longitud de onda efectiva para Vega.

b) Las constantes del sistema de magnitudes. Si una estrella tiene magnitud 5 en la banda U, qué flujo integrado tiene en esa banda?

c) Si $n(\lambda)$ es la cantidad de fotones por unidad de longitud de onda. Cómo se se relaciona $n(\lambda)$ y $f(\lambda)$?. Exprese la magnitud aparente en función de $n(\lambda)$ y calcule las constantes.

4. Para conocer la masa de las componenetes de un sistema bianrio es necesario conocer el ángulo de inclinación del plano orbital del sistema (i) con respecto a la línea de la visual. En este problema analizaremos que error se comete si consideramos el ángulo de inclinación más probable y no el real. Para ello, considere una función de peso normalizada:

$$\int_0^{\tau} w(\tau)\ \mathrm{d}\tau = 1$$

luego el promedio de $f(\tau)$ será:

$$< f(\tau) >= \int_0^{\tau} f(\tau) w(\tau)\ \mathrm{d}\tau$$

Al evaluar $< \sin^3 i >$ entre 0 rad y $\pi/2$ rad, es más probable que las variaciones de velocidad radial sean detectadas si el plano de la órbita está orientado a lo largo de la visual. Por lo que la función de peso debería considerar la proyección del plano de la velocidad orbital sobre la línea de la visual.

a) Seleccione una función de peso apropiada y muesttre que su función de peso está normalizada en el intervalo $i = [0, \pi/2]$.

b) Pruebe que $< sin^3 i >= 3\pi/16$.

c) El periodo de una binaria espectroscopica es de 7.6 años. El corrimiento Doppler de la línea de Balmer Hα (656.281 nm) es $\delta\lambda = 0.06$ para el miembro más pequeño y $\delta\lambda = 0.008$ para el más grande. Si la inclinación del plano orbital es $i = 90$ grados (es decir el plano está en la línea de la visual), calcule las masas de los miembros del sistema.

d) Suponga que usted conoce la masa solo del miembro mas pequeño y la velocidad radial del otro miembro, dados por el punto anterior. Determine la masa del miembro mayor usando la aproximación de $< sin^3 i >$. Qué error comete al usar la aproximación?