



Universidad de Chile  
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas  
Departamento de Ingeniería Mecánica



# Informe Final

ME56B: Taller de Diseño Mecánico

Profesor: Alejandro Font F.

Auxiliar: Ociel Gutiérrez G

Alumnos: Juan Fco. Hinojosa E.

José I. Seminario C.

Santiago

21 Julio 2010

# ÍNDICE

|          |                                    |           |
|----------|------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Introducción.....</b>           | <b>1</b>  |
| <b>2</b> | <b>Objetivos .....</b>             | <b>2</b>  |
| <b>3</b> | <b>Motivación.....</b>             | <b>3</b>  |
| <b>4</b> | <b>Antecedentes .....</b>          | <b>4</b>  |
| <b>5</b> | <b>Descripción de equipos.....</b> | <b>8</b>  |
| 5.1      | Planta colectiva.....              | 8         |
| 5.1.1    | Estación Disipadora.....           | 8         |
| 5.1.2    | Circuito Rougher .....             | 10        |
| 5.1.3    | Hidrociclón .....                  | 12        |
| 5.1.4    | Columnas de Limpieza .....         | 14        |
| 5.1.5    | Circuito Scavenger .....           | 15        |
| 5.2      | Planta selectiva .....             | 16        |
| 5.2.1    | Espesador mixto .....              | 17        |
| 5.2.2    | Acondicionadores .....             | 20        |
| 5.2.3    | Sistema Scavenger.....             | 20        |
| 5.2.4    | Procesos de limpieza .....         | 20        |
| 5.2.5    | Espesador de Cu .....              | 21        |
| 5.2.6    | Filtros Hiperbáricos .....         | 21        |
| <b>6</b> | <b>Equipo seleccionado .....</b>   | <b>23</b> |
| 6.1      | Información General.....           | 23        |

|          |                                                |           |
|----------|------------------------------------------------|-----------|
| 6.2      | Parámetros de diseño del Molino de Bolas ..... | 26        |
| 6.2.1    | Consideraciones del diseño. ....               | 26        |
| 6.3      | Diseño Molino de Bolas .....                   | 31        |
| 6.3.1    | Descarga .....                                 | 31        |
| 6.3.2    | Levantadores.....                              | 32        |
| 6.3.3    | Operación del molino .....                     | 32        |
| 6.3.4    | Potencia del Molino.....                       | 41        |
| 6.3.5    | Elementos Estructurales .....                  | 44        |
| <b>7</b> | <b>Discusión .....</b>                         | <b>75</b> |
| <b>8</b> | <b>Conclusiones.....</b>                       | <b>76</b> |
|          | <b>Bibliografía .....</b>                      | <b>77</b> |
| 8.1      | Referencias .....                              | 77        |

# 1 Introducción

El presente informe, en el contexto del curso de Taller de diseño mecánico, tiene por finalidad poner al lector en contexto en lo referente al proceso de obtención de concentrado de cobre, además de profundizar en el diseño de un equipo implicado en este proceso. En específico, el trabajo se enmarca en las operaciones de la planta de molienda Las Tórtolas, perteneciente a la empresa transnacional Anglo American. El equipo a diseñar corresponde a un Molino de bolas.

Dentro de este contexto se darán a conocer los diversos equipos que intervienen en el proceso, y la relación que existe entre éstos, así como también sus parámetros de entrada y salida en lo referente al material procesado y los insumos necesarios para la operación del equipo. Se detallan además imágenes con el fin de dar nociones al lector con respecto a la disposición de los equipos y sus dimensiones, las cuales fueron obtenidas en la salida a terreno que se llevó a cabo en abril del 2010.

El principal objetivo de este informe es establecer y contextualizar el diseño de un equipo mecánico presente en la planta visitada, considerando todos los parámetros que determinan su ejecución y puesta en marcha. Para lo anterior se deberá definir el diseño de los elementos principales del equipo, siempre teniendo en cuenta las condiciones de operación de éste en la planta. Se finaliza con una discusión acerca del criterio usado en el diseño del equipo, así como también comentarios a partir del proceso de diseño del equipo.

## 2 Objetivos

Los objetivos del presente informe para el curso de Taller de Diseño Mecánico son:

- Dar a conocer el contexto en donde se desempeñan los equipos a tratar por parte de los integrantes del curso en la elaboración de sus respectivos informes.
- Detallar los parámetros y tareas de cada equipo en relación al proceso.
- Detallar el proceso en su conjunto.
- Seleccionar un equipo del agrado de los integrantes del grupo, con el fin de enfocarse en dicho equipo durante la elaboración del informe semestral.
- Determinar los factores que parametrizan el diseño del equipo seleccionado.
- Diseñar los principales elementos del equipo seleccionado, estableciendo todos los pasos necesarios para el cumplimiento de las especificaciones planteadas.
- Analizar el criterio utilizado en el diseño del equipo, a fin de poder cuestionarse las decisiones tomadas.

### 3 Motivación

Chile es un país minero por excelencia. En el país se encuentran las principales reservas de cobre en el mundo, lo que hace que una parte de importancia del PIB nacional esté proporcionada por el sector minero. Sin embargo, para que sea posible lo anterior, es necesario contar con procedimientos y tecnologías que hagan posible la obtención del cobre.

Es sabido que el mineral se encuentra ligado con la “ganga” al momento de ser extraído. Luego, es necesario el poder separar el mineral de interés del resto de material inútil. Para lo anterior se lleva a cabo el proceso de “Conminución”, en donde mediante los métodos disponibles se puede obtener concentrado de cobre de aproximadamente 30% de pureza para luego llegar, mediante otros procesos ajenos a la planta Las Tórtolas, a la pureza comercial de 99.9999%. Motivación adicional es el hecho de que en la planta las Tórtolas se obtiene Molibdeno con un 50% de concentración, como producto adicional de la obtención de cobre.

El proceso de conminución consiste en separar de manera progresiva los relaves del material que es extraído en la faena minera. Los procesos principales corresponden a la trituración, la molienda, la separación, la flotación y el transporte del material. En el caso del cobre, se sabe que el consumo de energía con respecto al total para el caso de la molienda puede alcanzar valores cercanos al 70%. La trituración por su parte representa un porcentaje cercano al 10%. Esto último hace que los dos procesos mencionados resulten de principal interés al momento de evaluar y diseñar el proceso.

## 4 Antecedentes

Las Tórtolas es una planta de flotación perteneciente a la División Los Bronces de la empresa multinacional Anglo American.

Anglo American opera en Chile desde 1980, siendo la tercera empresa minera más grande en el país con una producción de 650 mil toneladas anuales de cobre fino. Posee y opera 5 divisiones entre ellas la División Los Bronces.

La división Los Bronces centra sus operaciones de extracción en la Mina Los Bronces ubicada a 65 km de Santiago a más de 3500 metros de altitud. Esta mina es de rajo abierto y en ella se realizan procesos de molienda y lixiviación, producción de cátodos de cobre y transporte de pulpa de material por un mineroducto de 52 km de longitud. Este mineroducto llega a la Planta Las Tórtolas ubicada a 40 km de Santiago, en ella se encuentra la planta de flotación de concentrado de cobre y molibdeno y los tranques de relave. Su producción es concentrado de cobre y de molibdeno. En general la División Los Bronces produce alrededor de 231216 [ton] de cobre fino al año y 2582 [ton] de molibdeno al año.

Como el trabajo está dirigido a la planta Las Tórtolas a continuación se presentarán antecedentes de dicha planta.

En la planta Las Tórtolas, como se mencionó anteriormente, se realiza el proceso de obtención de concentrado de cobre y de molibdeno. En términos generales la planta se divide en dos partes, una planta colectiva y una planta selectiva, con esto se puede resumir que la función de la planta es obtener de la pulpa el cobre y molibdeno y luego diferenciar entre estos materiales para obtener el concentrado. Para lo anterior la planta cuenta con los siguientes equipos.

**Tabla 4.1: Características generales de equipos de planta Las Tórtolas.**

| Equipos               | Unidades | Características generales             |
|-----------------------|----------|---------------------------------------|
| Celdas de Flotación   | 51       | 4500-300-1500 ft <sup>3</sup>         |
| Columnas de Limpieza  | 4        | 16 m <sup>2</sup>                     |
| Molinos de Remolienda | 2        | 2000 Hp                               |
| Filtros Hiperbáricos  | 2        | 60 m <sup>2</sup>                     |
| Espesadores           | 2        | 90-100 ft diámetro                    |
| Planta de Molibdeno   | 1        | 2,6 Ktpy <sup>1</sup> , 50% Molibdeno |

En términos generales los índices que maneja la planta son:

**Tabla 4.2: Características de operación**

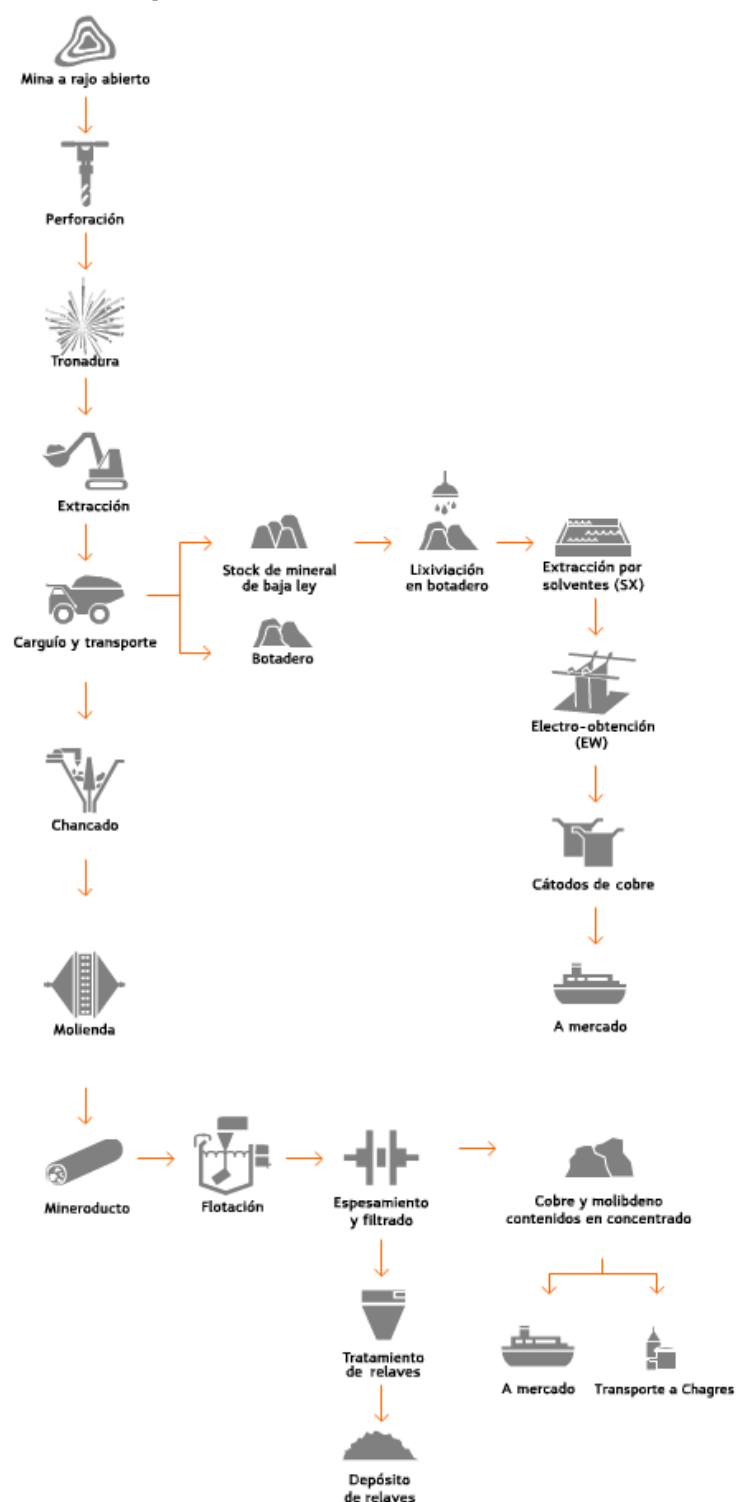
| Índices de Operación      |          |
|---------------------------|----------|
| Recuperación de Cobre     | 88%      |
| Recuperación de Molibdeno | 63%      |
| Head Grade                | 1,01%    |
| Grado de Concentración    | 33%      |
| Mo Head Grade             | 0,025%   |
| Humedad Residual          | 10%      |
| As en concentrado         | 1470 ppm |

En el esquema que se muestra en la página siguiente se pueden apreciar los procesos productivos de la División Los Bronces.

---

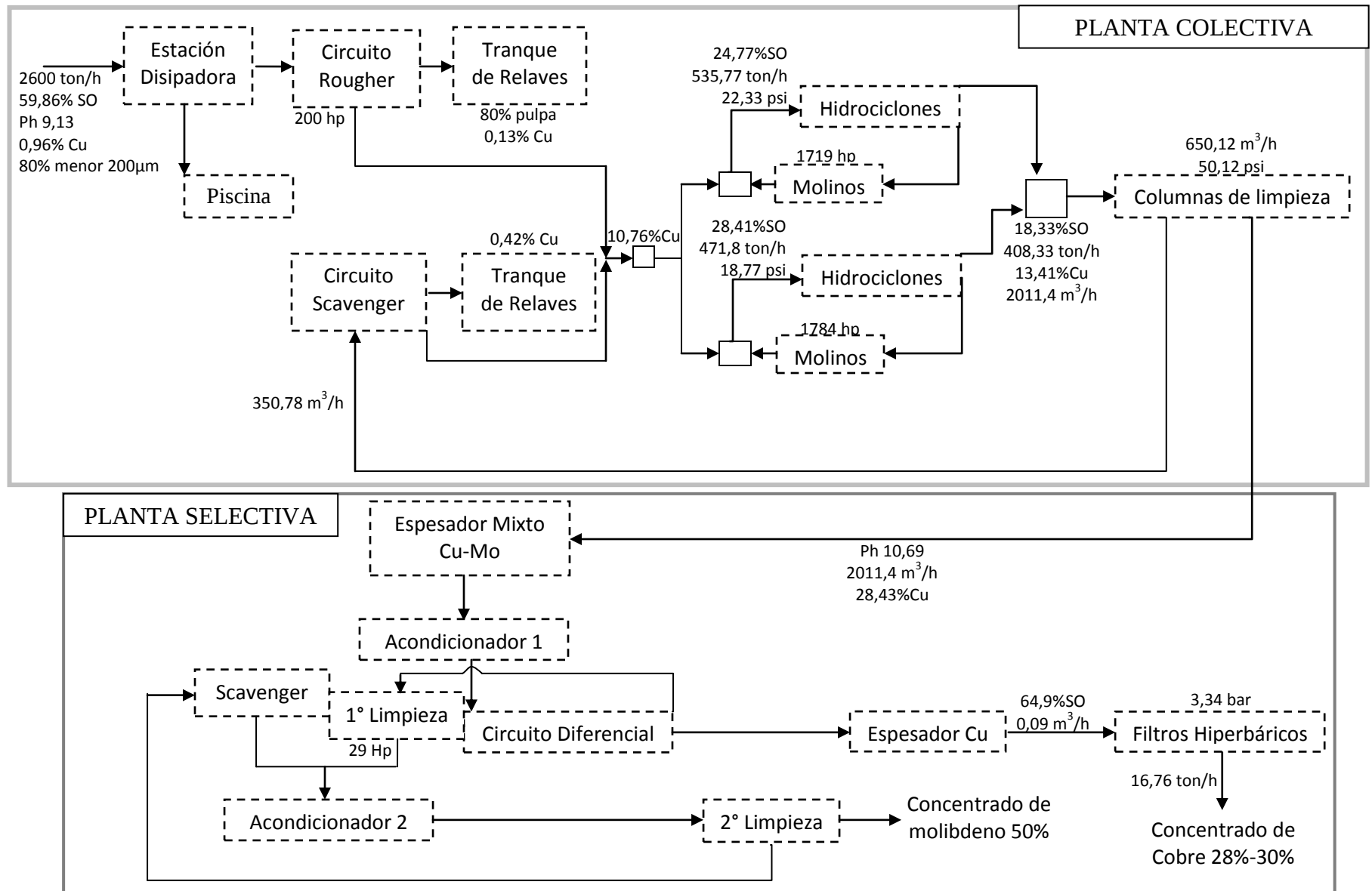
<sup>1</sup> Ktpy: kilo toneladas por año.

## Procesos productivos División Los Bronces



**Figura 4.1: Esquema Procesos Productivos División Los Bronces**

A continuación se detalla el Layout de flujos para la operación de la planta.



## **5 Descripción de equipos**

En esta sección se describirán los equipos que operan en la planta, otorgando los parámetros de diseño para cada equipo.

### **5.1 Planta colectiva**

La planta colectiva corresponde al conjunto de dispositivos encargados de aumentar la concentración de cobre y molibdeno, eliminando los residuos en los tranques de relave.

La planta se divide en:

- Estación Disipadora
- Circuito Rougher
- Hidrociclones
- Molinos de Remolienda
- Columnas de Limpieza
- Circuito Scavenger

Antes de proceder con la descripción de cada elemento es importante recalcar que el dispositivo escogido para diseñar es el molino de remolienda, es por esto que en esta sección no se describirán los molinos ya que se dedicará un capítulo para éstos.

Considerando lo anterior a continuación se presenta la descripción de los elementos de la planta colectiva.

#### **5.1.1 Estación Disipadora**

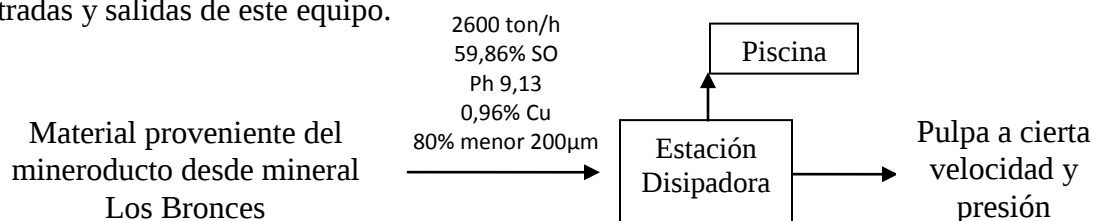
La estación disipadora es un equipo que se encarga de recibir la pulpa proveniente desde la mina (ubicada en una cota mayor que la planta) con el objetivo de reducir su energía. Dentro de este marco es importante resaltar que la estación disipadora presente en la planta Las Tórtolas es la tercera y última estación, existiendo otras dos distribuidas a lo largo de los 52 km de mineroducto.

La estación disipadora recibe un caudal de alrededor de 1895 toneladas por hora, lo que corresponde a 775 litros por segundo de pulpa. Dicha pulpa contiene alrededor de un 47 % de Sólido.

La reducción de energía ocurre al realizar diversas caídas de presión, donde se reduce la presión y velocidad de la pulpa para así distribuirla a los equipos de forma controlada. Entre los componentes de una estación disipadora se encuentran:

- Placas orificio: dispositivos que cumplen la función de bajar la presión del fluido.
- Válvulas: Dispositivos encargados de dirigir y/o cortar el flujo de pulpa.
- Piping: conductos por los cuales circula el fluido.

Para describir completamente la estación disipadora se hace necesario incluir los inputs y outputs de ella, a continuación se procederá a presentar un esquema con las entradas y salidas de este equipo.



**Esquema 5.1: Estación Disipadora**

Se deben conseguir la presión de llegada y la presión de salida.

Es importante resaltar que luego de la estación disipadora hay una piscina de emergencia que cumple la función de recibir la pulpa en caso de una sobrepresión o algún tipo de emergencia que lo requiera.



**Figura 5.1 Estación disipadora de la planta Las Tórtolas.**

### 5.1.2 Circuito Rougher

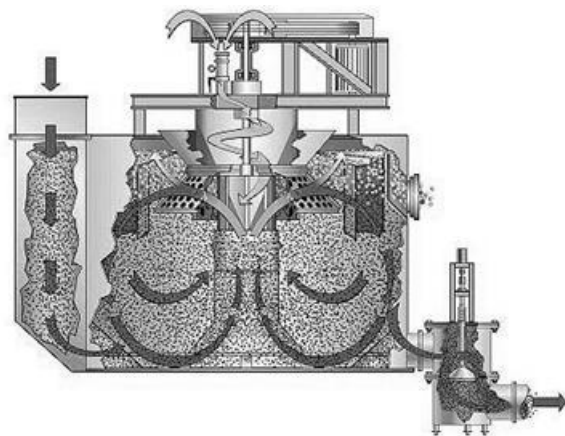
El circuito Rougher está compuesto por 30 celdas de flotación encargadas de realizar la primera separación de los minerales con respecto al relave.

Las celdas están distribuidas en un circuito en paralelo de 10 celdas en serie cada una, es decir, la pulpa proveniente de la estación disipadora se distribuye a tres series de celdas. Esta distribución permite obtener una mayor concentración de minerales ya que cierta celda actúa por sobre el material seleccionado por la celda anterior. Además, al estar en paralelo, se puede detener una serie (o dos) de celdas sin necesidad de detener la producción.

Las celdas de flotación son las encargadas de separar el material por medio de la adición de este a burbujas, las cuales se dirigen a la parte superior de la celda y son separadas del resto de la pulpa, que se dirige a los tranques de relave. Las funciones de una celda son:

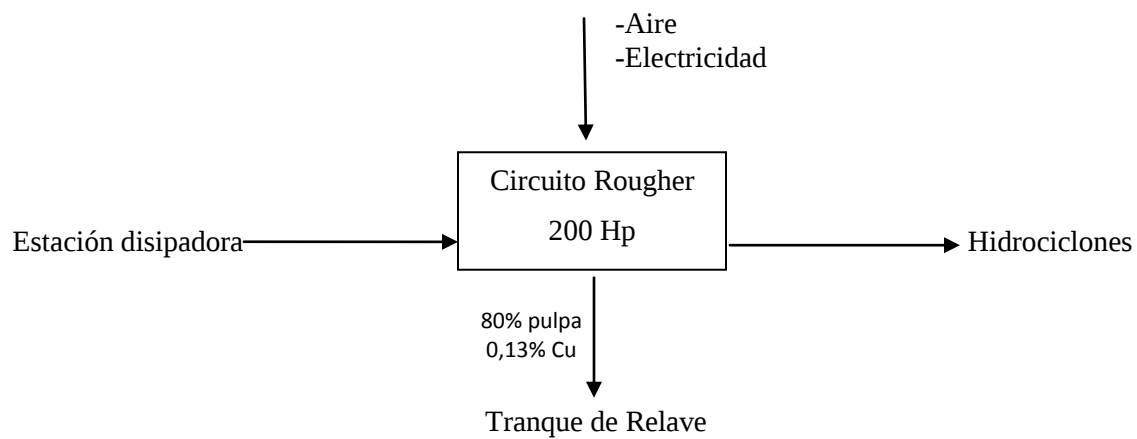
- Mantener todas las partículas del mineral en suspensión dentro de las pulpas en forma efectiva, con el fin de prevenir la sedimentación de éstas.
- Producir una buena aireación que permita la diseminación de burbujas de aire a través de la celda.
- Promover las colisiones y adhesiones de partícula-burbuja.
- Mantener quietud en la pulpa inmediatamente bajo la columna de espuma.
- Proveer un eficiente transporte de la pulpa alimentada a la celda, del concentrado y del relave.
- Proveer un sistema de control de la altura de la pulpa y de la espuma, la aireación de la pulpa y del grado de agitación.
- Separación adecuada del concentrado y del relave

Las celdas utilizadas en el circuito Rougher son celdas de flotación Wemco cuyos volúmenes son de 3000 [ft<sup>3</sup>] y 4500 [ft<sup>3</sup>] para las tres primeras celdas de cada serie. A continuación se muestra un esquema de este tipo de celdas.



**Figura 5.2: Esquema Celda de Flotación WEMCO**

Como estas celdas forman parte de un circuito se procederá a describir los inputs y outputs de todo el circuito Rougher.



**Esquema 5.2: Circuito Rougher**



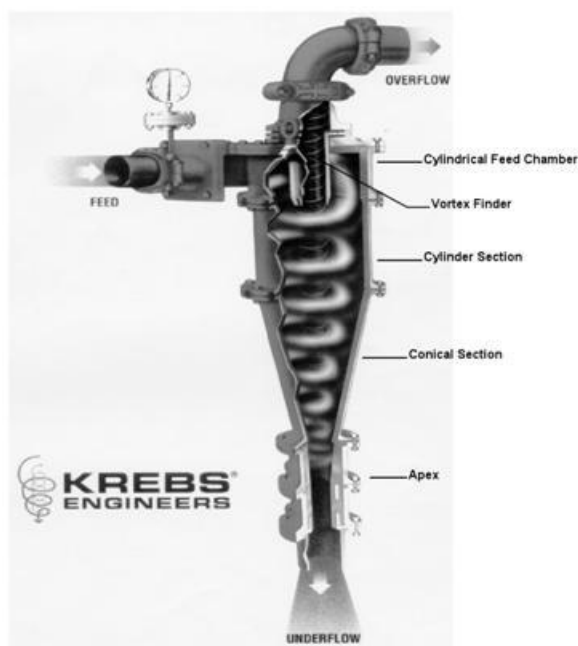
**Figura 5.3: Circuito Rougher de la planta Las Tórtolas.**

### **5.1.3 Hidrociclón**

Los hidrociclones son equipos indispensables en los circuitos de molienda ya que clasifican los sólidos según su tamaño, permitiendo así evacuar las partículas pequeñas e ingresar al molino las partículas grandes, dependiendo del tamaño requerido en la instalación.

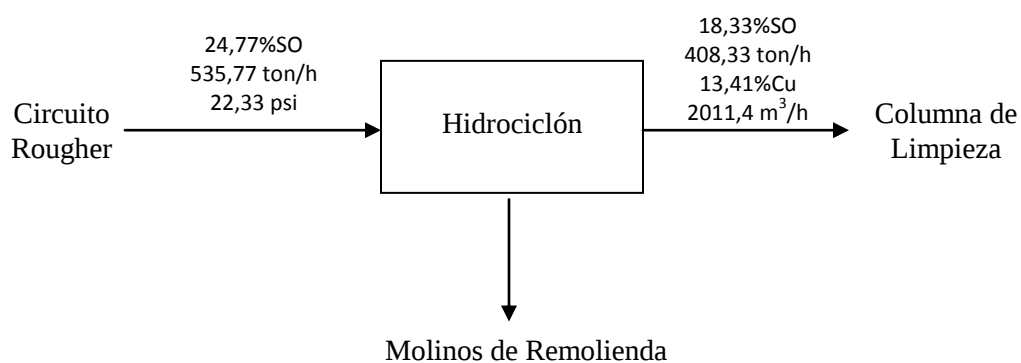
El funcionamiento del hidrociclón se basa en que la pulpa de alimentación entra tangencialmente a la parte cilíndrica bajo una cierta presión, lo que genera su rotación alrededor del eje longitudinal del hidrociclón, formando un torbellino descendente hacia el vértice de la parte cónica. Las partículas más gruesas debido a la aceleración centrífuga giran cercanas a la pared, siendo evacuadas a través de la boquilla en forma de pulpa espesa. Debido a las reducidas dimensiones de ésta, solamente se evacua una parte de la suspensión, creándose en el vértice del cono un segundo torbellino de trayectoria ascendente, el cual transporta las partículas finas junto con la mayor parte del líquido, abandonando el hidrociclón a través de un tubo central situado en la tapa superior del cuerpo cilíndrico. Regulando la aceleración del torbellino y variando la geometría y toberas

del hidrociclón puede ajustarse el tamaño de separación de las partículas. A continuación se muestra un esquema de un hidrociclón tipo.



**Figura 5.4: Esquema de Hidrociclón.** Feed corresponde a la alimentación del concentrado del circuito Rougher, Underflow corresponde al fluido que se descarta y se hace pasar por los molinos y Overflow corresponde al concentrado que se envía a las columnas de limpieza.

Los inputs y outputs de los dos hidrociclones son:



**Esquema 5.3: Hidrociclón**

Se deben conseguir los datos de esta instalación, como granulometría, presión entre otros.

#### 5.1.4 Columnas de Limpieza

Las columnas de limpieza son columnas de flotación en las cuales entra el concentrado obtenido del hidrociclón y se diferencian las partículas finas de las gruesas por medio de la utilización de una solución acuosa con aire, así las partículas finas “flotan” por sobre la solución y son derivadas al espesador y las partículas gruesas se hunden y son retiradas y trasportadas al circuito Scavenger, que se encargará de reducir las.

Las columnas de flotación ocupan poco espacio debido a su disposición vertical y son muy efectivas al seleccionar las partículas finas, además, al no poseer partes móviles, su mantenimiento y operación es de bajo costo. A continuación se muestra un esquema de las columnas de limpieza.

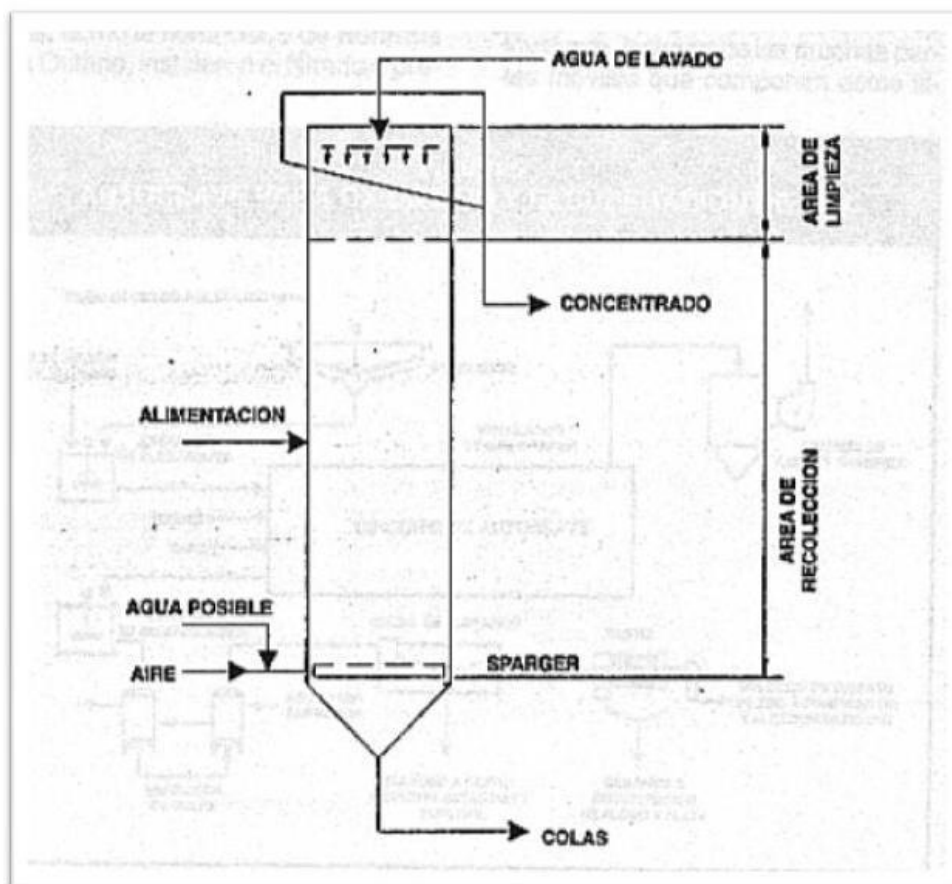
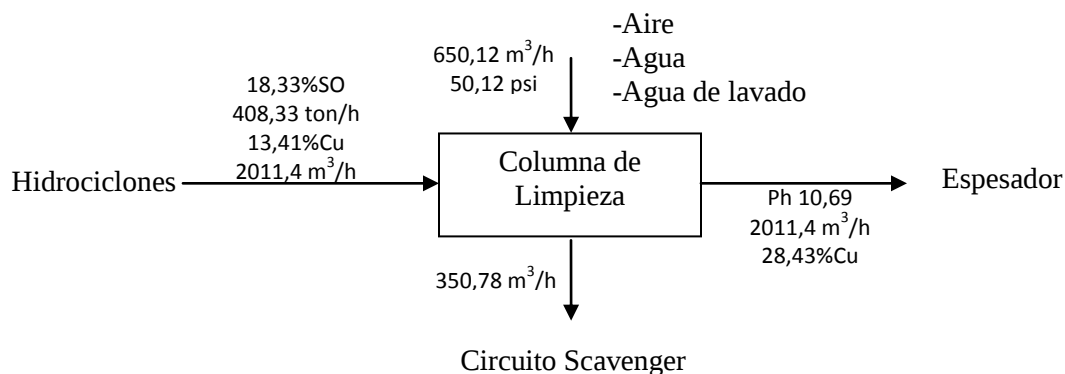


Figura 5.5: Esquema Columna de Limpieza

En la planta las columnas de limpiezas instaladas son 4, cada una de 16 [m<sup>2</sup>] de superficie, los inputs y outputs de este equipo son los siguientes:



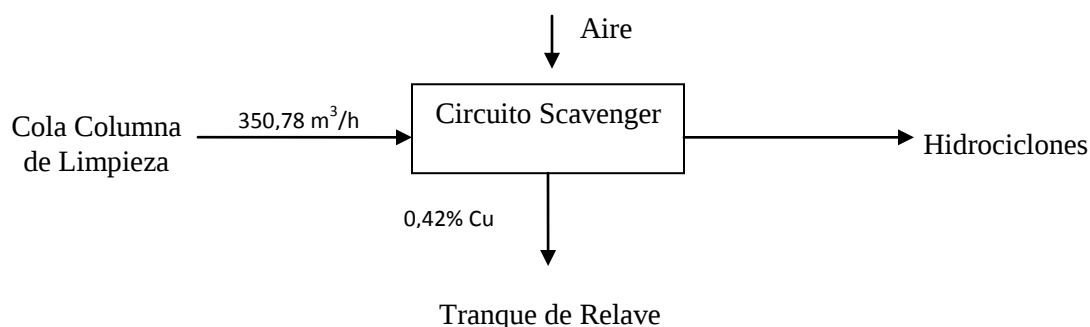
**Esquema 5.4: Columna de Limpieza**

### 5.1.5 Circuito Scavenger

El circuito Scavenger es un circuito de celdas muy similar al Rougher sólo que tiene 21 celdas de flotación de menor tamaño que las del Rougher, las celdas del circuito Scavenger son todas de 1500 [ft<sup>3</sup>]. La distribución de estas celdas es igual que en el circuito Rougher, 3 series de 7 celdas que se encuentran entre ellas en paralelo.

La función de estas celdas es separar el material del relave por medio de la flotación considerando partículas más finas ya que éstas provienen de la columna de limpieza, habiendo pasado antes por el circuito de molienda. Es por lo anterior que las celdas del circuito Scavenger tienen un procesamiento más fino que el Rougher.

Los inputs y outputs de este circuito son:



**Esquema 5.5: Circuito Scavenger**

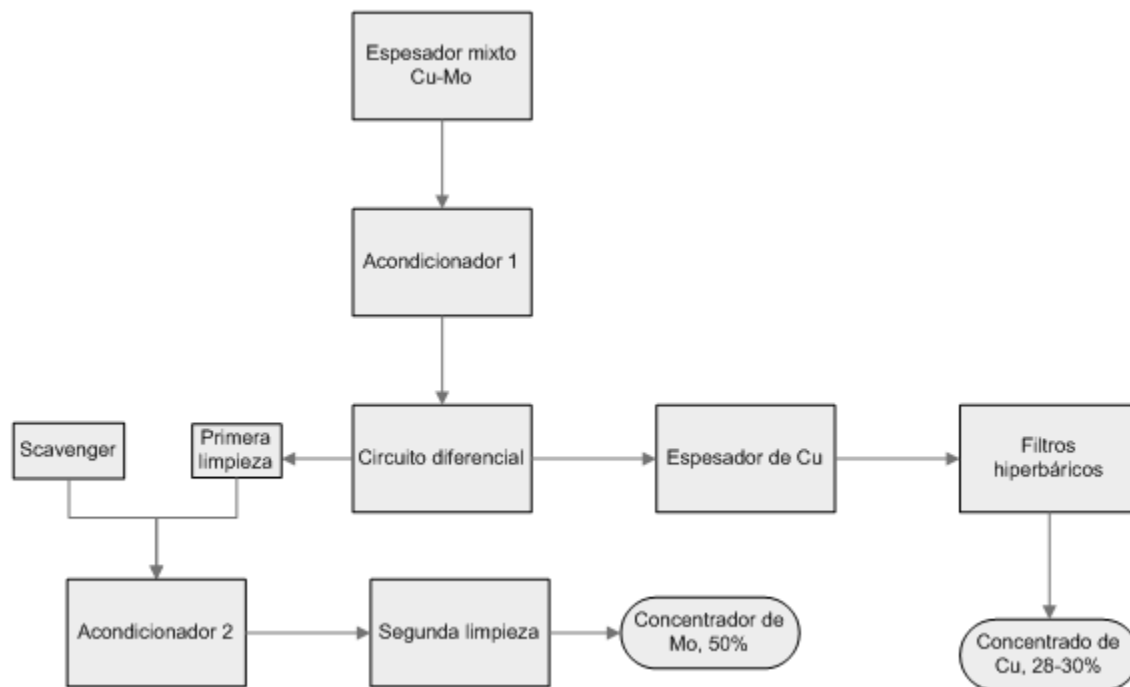


**Figura 5.6: Circuito Scavenger de la planta Las Tórtolas.**

## **5.2 Planta selectiva**

La planta selectiva corresponde a la segunda parte del proceso de obtención de concentrado de cobre. Comienza una vez que el material procesado abandona los hidrociclones y pasa al espesador mixto para terminar con los concentrados de cobre y molibdeno separados.

Esta etapa no tiene procesos de “loop” (el material no es procesado más de una vez en el mismo equipo), por lo que los equipos involucrados serán detallados a continuación en orden similar al que tienen en el proceso, según se ve en el siguiente diagrama.



**Figura 5.7: Diagrama de flujo de la etapa selectiva.**

Se reconocen entonces los siguientes equipos propios de esta etapa del proceso:

- Espesador mixto.
- Acondicionadores
- Sistema Scavenger
- Equipos de limpieza
- Espesador de Cu
- Filtros hiperbáricos

Los cuales se detallan a continuación:

### 5.2.1 Espesador mixto

El espesador mixto es el primer equipo de la sección de planta selectiva. En términos generales, el espesador es el equipo encargado de facilitar el efecto de sedimentación mediante la incorporación de aire y floculantes (poli electrolito) al concentrado mixto de Cu y Mo.

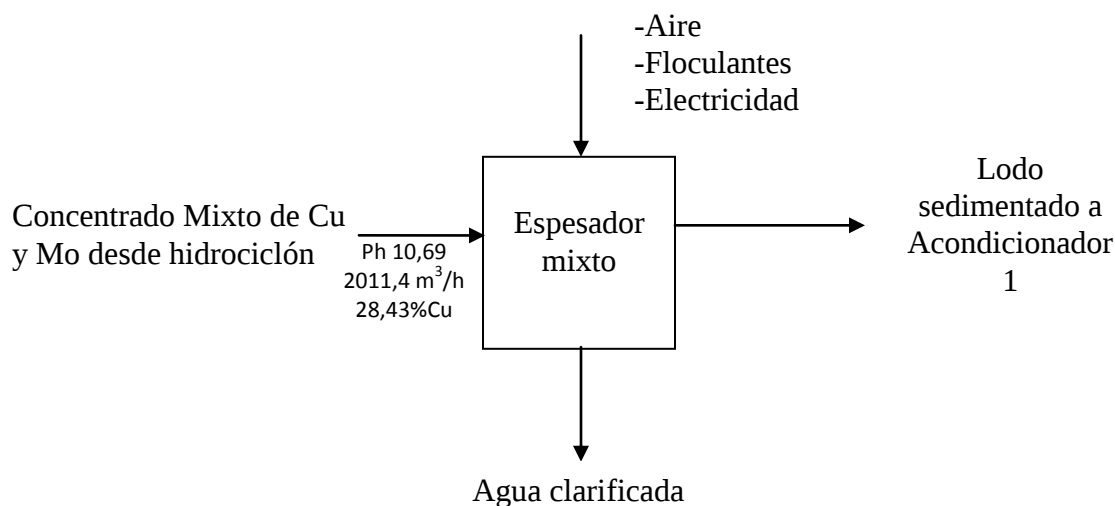
La mezcla de la pulpa/floculante pasa a la zona inferior del tanque a través de un lecho fluido creado en el fondo por los sólidos sedimentados. De este modo se fuerza el contacto de las partículas sólidas con el floculante retenido en el lecho, potenciándose así el

efecto del reactivo. El agua clarificada asciende a través del lecho fluido hacia la superficie, siendo evacuada por medio de un canal periférico de rebose.

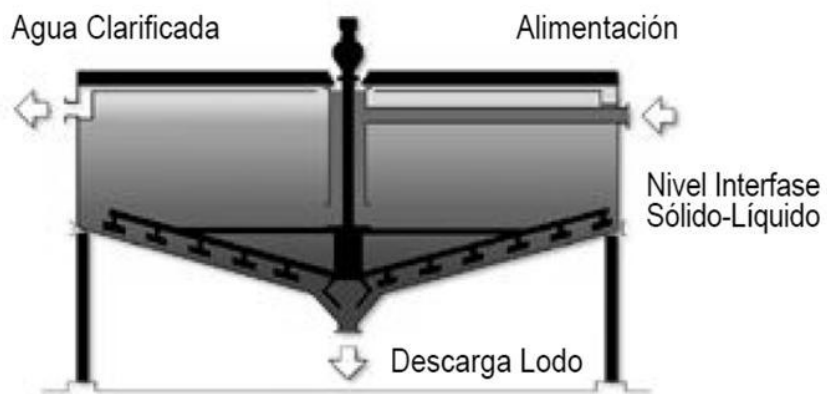
La interfase sólido-líquido formada por el lecho fluido y el agua clarificada se controla automáticamente mediante diferentes sensores.

Un sistema de rastras que gira en el fondo del tanque, empuja el lodo sedimentado hacia el cono central de descarga de donde es extraído mediante bombeo. La frecuencia y concentración de la descarga de lodos se controla de manera continua mediante un detector de carga que actúa sobre el sistema de bombeo de lodos.

De manera gráfica, se puede ver la función que tiene el espesador en relación a sus inputs y out-puts en el sistema:



**Esquema 5.6: Espesador Mixto**



**Figura 5.8: Esquema de espesador.**

Vale la pena señalar que en la planta se encuentran dos espesadores:

- Espesador mixto, de 90[ft] de diámetro. Primero de la etapa selectiva.
- Espesador de Cu, de 100[ft] de diámetro. Es la penúltima etapa de todo el proceso.



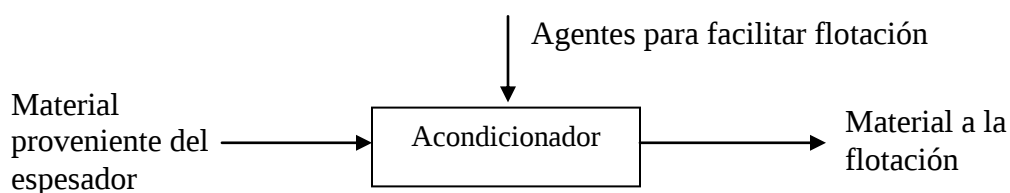
**Figura 5.9: Espesador mixto de la planta Las Tórtolas.**

### 5.2.2 Acondicionadores

Luego que el lodo sedimentado abandona el espesador este es tratado en el equipo de acondicionamiento primario. El proceso de acondicionamiento se repite después del procesamiento en el sistema Scavenger y la primera limpieza (como se puede ver en el Esquema 5.7).

El acondicionador es un reactivo empleado para la creación de ciertas condiciones óptimas (pH, principalmente) en una pulpa sometida a flotación como es el caso del actual proceso.

Un esquema del sistema de acondicionamiento es el siguiente:



Esquema 5.7: Acondicionador

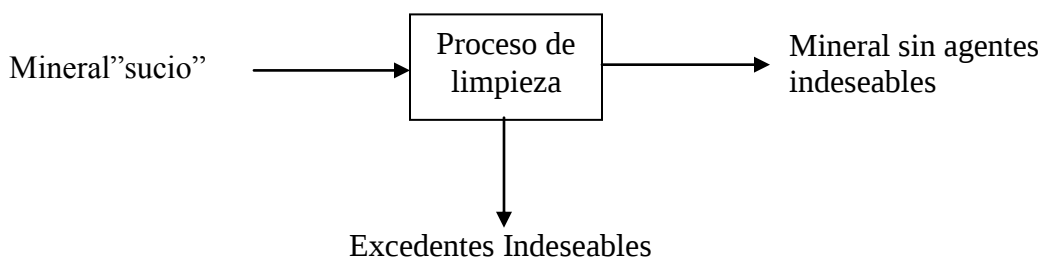
### 5.2.3 Sistema Scavenger

El sistema Scavenger del proceso selectivo resulta similar al que fue detallado anteriormente para el caso de la planta colectiva.

### 5.2.4 Procesos de limpieza

Se tienen procesos de limpieza luego del circuito diferencial y de la segunda etapa de acondicionamiento. Este procedimiento tiene por finalidad eliminar los agentes indeseables del concentrado de acuerdo a la necesidad de la etapa. La segunda limpieza se encarga de purificar el concentrado de Mo antes de estar listo. Por otro lado, la primera limpieza se encarga de eliminar agentes indeseables del material que sale del circuito diferencial.

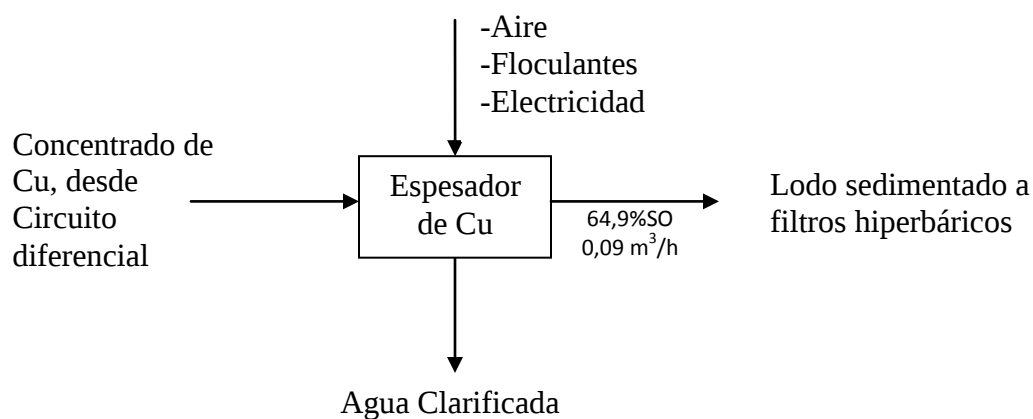
En términos generales, el proceso de limpieza se puede ver según el siguiente diagrama:



**Esquema 5.8: Proceso de Limpieza**

### 5.2.5 Espesador de Cu

Similar al detallado en el punto 5.2.1. En este caso, el espesador se encuentra en la penúltima etapa del proceso de obtención de concentrado y sólo procesa Cu.



**Esquema 5.9: Espesador de Cobre**

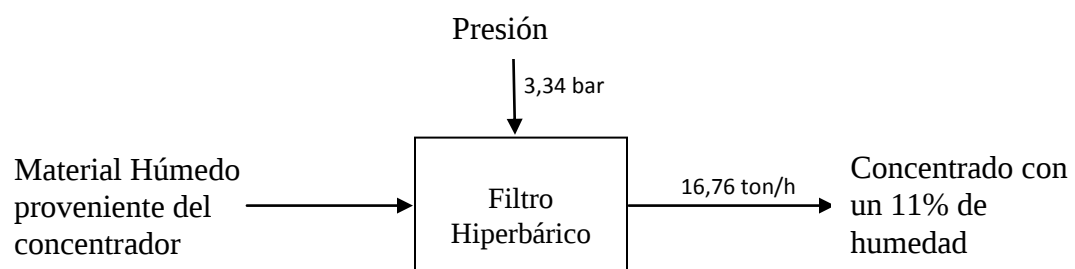
### 5.2.6 Filtros Hiperbáricos

Como su nombre lo indica, el filtro hiperbárico tiene por función filtrar el material húmedo mediante la adición de altas presiones con el fin de separar la humedad del material sólido.

Luego de pasar por el filtro hiperbárico, el material cuenta con una humedad del 11%.

La planta Las Tórtolas cuenta con 2 unidades.

Un esquema del proceso se puede ver a continuación:



**Esquema 5.10: Filtro Hiperbárico**

## 6 Equipo seleccionado

En este capítulo se procederá a definir y diseñar el equipo a seleccionado, estableciendo los parámetros de diseño correspondientes con respecto a las condiciones de operación de la planta.

### 6.1 Información General

El equipo seleccionado para llevar a cabo el trabajo semestral corresponde a los molinos de bolas.

Dentro del proceso productivo de la planta, este equipo se encuentra en la planta colectiva, es decir, la primera etapa de procesamiento.

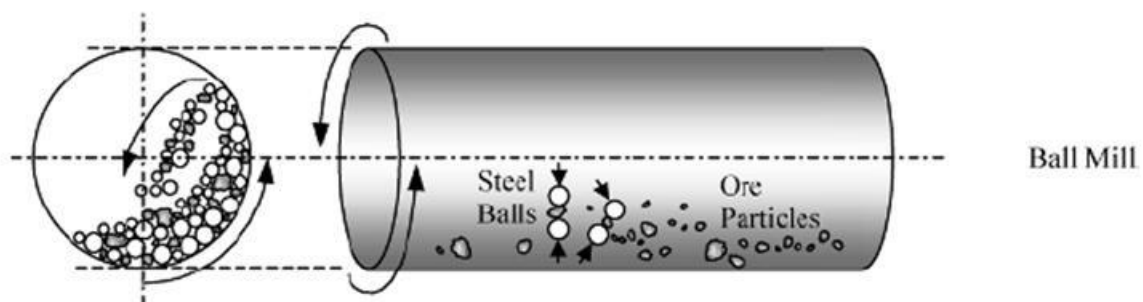
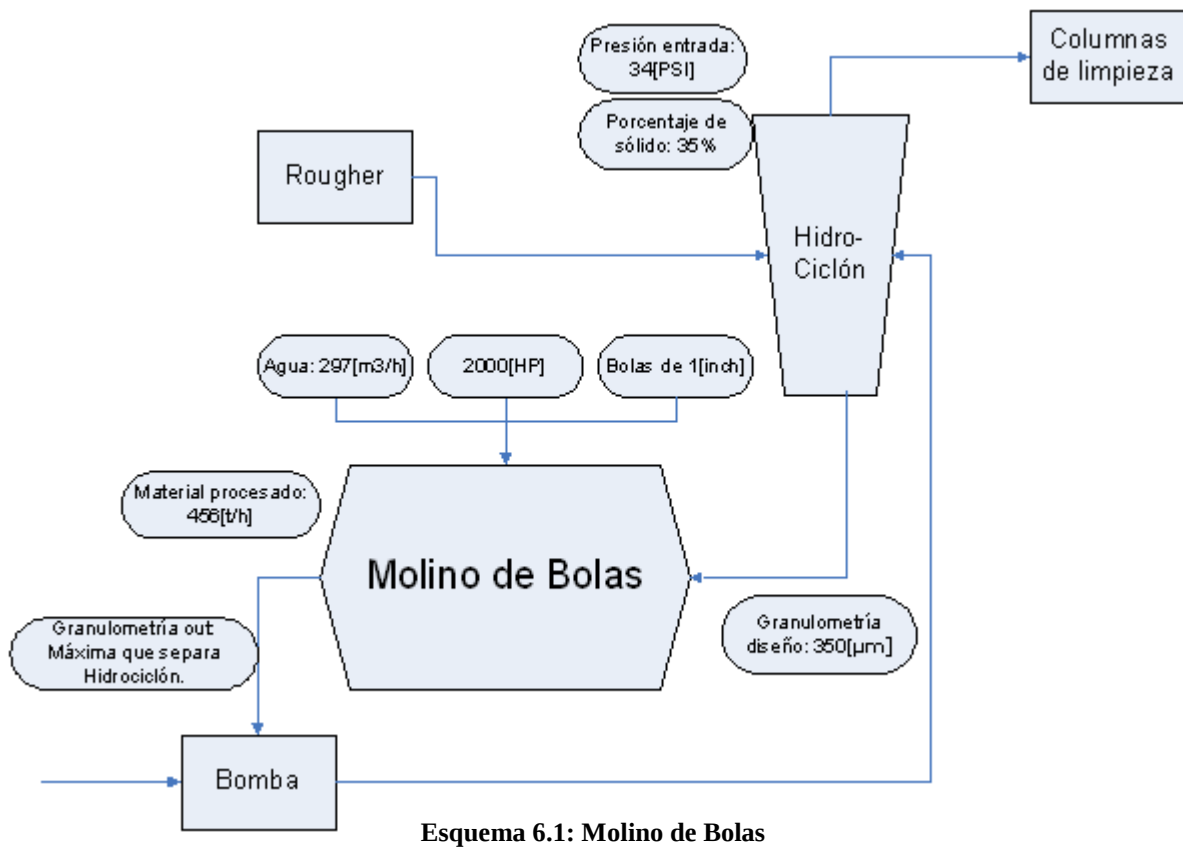
Este equipo tiene por objetivo bajar la granulometría del material que es devuelto del ciclón dado que el tamaño de las partículas no es óptimo para continuar el proceso.

El mecanismo de funcionamiento del molino de bolas es básicamente el dejar caer bolas de acero sobre el material producto de la rotación del molino. La rotación del molino se logra por la acción de motores eléctricos de tipo síncronos del orden de 2000[HP] cada uno. La planta las tórtolas cuenta con dos unidades de molinos de bolas.

Además se considera que el molino tiene una capacidad de procesar 457 [tph], un caudal de 297[m<sup>3</sup>/h] de agua de alimentación y una granulometría de entrada máxima de 280 [μm]. Las dimensiones generales del molino son:

- Diámetro: 12.5 pies
- Largo: 27 pies

De manera esquemática, se puede comprender la labor del molino de bolas mediante el siguiente esquema:



**Figura 6.1: Esquema funcionamiento Molino de Bolas**



**Figura 6.2: Vista lateral de molino de bolas de Las Tórtolas.**



**Figura 6.3: Vista frontal de un molino de bolas de Las Tórtolas.**

## 6.2 Parámetros de diseño del Molino de Bolas

A continuación se presentarán los parámetros que se deben considerar en el diseño de un molino de bolas.

Para seleccionar el tipo de equipo (bolas o barras) acorde con las necesidades de la planta, se tienen en consideración los siguientes parámetros principales:

- Razón largo/diámetro (entre 0.5 y 3.5).
- “Feed Size” o tamaño del material de alimentación.
- Razón de reducción (en el caso de los molinos de bolas, varía entre 20:1 y 200:1, muy por sobre las razones típicas de los molinos de barras que es entre 15:1 y 20:1).

Sin embargo, existen otros parámetros secundarios que se mencionarán en las siguientes secciones. A continuación se detallan algunos de estos y las condiciones de diseño del molino.

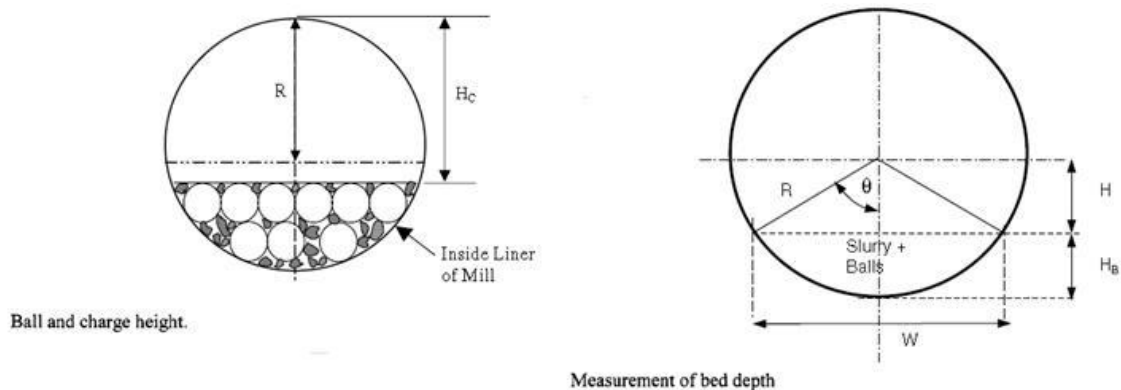
### 6.2.1 Consideraciones del diseño.

A su vez, se tienen los siguientes enfoques y consideraciones al momento de diseñar el molino:

- Tamaño del molino (razón largo/diámetro).
- Estimación inicial de la capacidad del molino. De manera de poder estimar los parámetros siguientes:
  - Sistema de alimentación (ángulos, diámetros de entrada, etc.). Se tiene como referencia que el preferido para circuitos cerrados (el caso de los molinos de la planta Las Tórtolas) es el sistema de alimentación de “Spout feeders”.
  - Alimentador de material a procesar (doble, simple, etc.).
  - Sistema de descarga (simple, doble, etc. Al centro del tambor o en un extremo, etc.).
- Número de elevadores del molino.

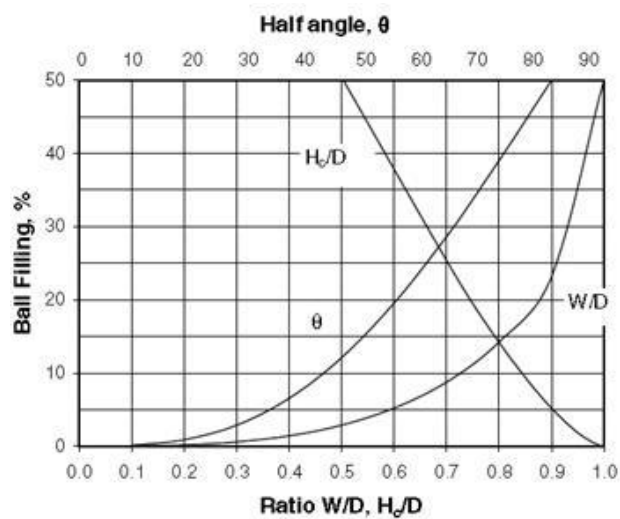
- Material de Recubrimientos (entre varios, se encuentra el acero con magnesio, Ni endurecido, acero de alto carbono, etc. También se conoce que se fabrican camisas con gomas endurecidas o sintéticas como recubrimiento.)
- Tipo de superficie interna del molino (suave, rugosa u ondulada).
- Reducción de tamaño de las partículas consideradas. Como antecedente, se tiene que la reducción del tamaño de las partículas de mineral es proporcional a la masa de la bola y al área de superficie de ésta. Por otro lado, si se consideran los dos mecanismos de degradación del material (impacto y desgaste) se tiene que la reducción por impacto es directamente proporcional al cubo de la masa de la bola (desgaste por Impacto  $\propto M^3$ ) y que la degradación por desgaste es inversamente proporcional a la superficie de la bola (degradación por desgaste  $\propto S^{-1}$ ).
- La reducción en el material a su vez depende de los siguientes factores, expresados de manera cualitativa:
  - Características de carga (masa, volumen, dureza, densidad, distribución de tamaño de la partícula de material procesado, etc.)
  - Características de la molienda (masa, densidad, número de bolas, tamaño de bolas, etc.).
  - Velocidad de rotación del molino.
  - Densidad de la pulpa, y por lo tanto, de la cantidad de agua que se haya agregado.
- Volumen de carga de material procesado. Dependiendo del nivel de carga del molino se tendrá diversos resultados (varía la carrera de las bolas, la amortiguación del impacto, etc.). El óptimo de llenado del molino depende del tipo de molienda que se lleva a cabo y la potencia invertida en el proceso. Normalmente el volumen ocupado por material procesado con respecto al total del molino representa entre un 20 y un 25%.

- Carga siendo procesada en términos de altura de llenado. Dependiendo del proceso realizado, por ejemplo overflow, se llena entre un 45 y un 50% del molino. Este volumen contempla tanto el material procesado como las bolas del molino. A continuación se muestra un esquema donde se puede apreciar los modelos de altura de llenado que se usan en el diseño.



**Figura 6.4: Esquema altura de carga del molino**

- Tamaño de bolas y carga inicial. Según los siguientes parámetros:
  - Alimentación de bolas: Índice de trabajo (KWh/t), densidad de pulpa, tamaño de partículas.
  - Características del molino: Diámetro del molino, velocidad de rotación de éste.



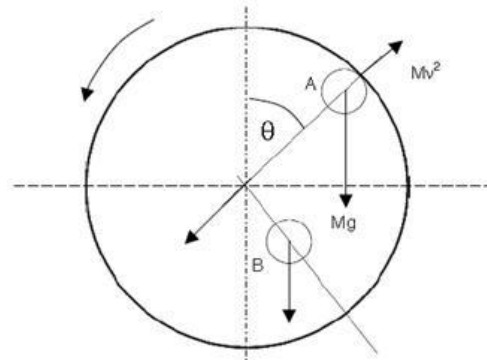
**Figura 6.5: Grafico que relaciona dimensiones de molino y de carga con respecto al llenado de bolas**

- Tamaño de bolas de reemplazo. Teniéndose en cuenta que las bolas sufren desgaste durante la operación del molino, éstas deben ser reemplazadas en un intervalo de tiempo determinado. Este desgaste en las bolas se relaciona con las variables de la siguiente manera:
  - Desgaste de bola  $\propto$  Superficie de la bola por unidad de masa ( $\text{m}^2/\text{kg}$ ).
  - Desgaste de bola  $\propto D^{-1}$  (diámetro de la bola).

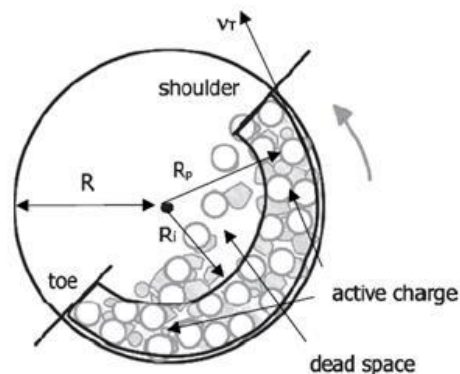
Además, dentro del diseño del molino, se considera el desgaste de las bolas como un factor importante en el diseño.

Otros factores importantes para el diseño son:

- Rotación del molino y velocidad crítica. Esto último estará determinado por la masa de las bolas, coeficiente de fricción de paredes, etc.



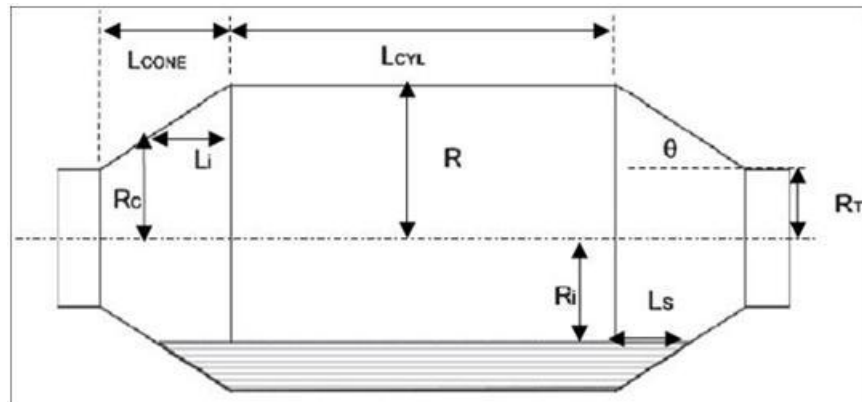
**Figura 6.6: DCL bolas dentro del molino en estado de rotación**



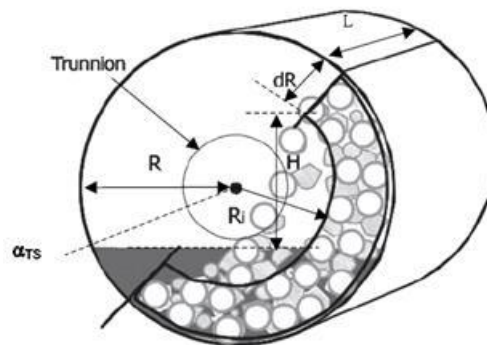
**Figura 6.7: Movimiento de la carga dentro del molino**

- Condiciones iniciales del molino y carga inicial de bolas. Este tema es de vital importancia al tenerse en consideración el torque inicial necesario para el equipo diseñado. El factor de importancia en este aspecto es el volumen de carga de bolas ( $V_{bolas}$  vs.  $V_{molino}$  ).
- Potencia teórica del molino. De esta estimación y con criterios razonables se establece la potencia de diseño del molino. Este factor es muy importante para considerar el inicio de la operación del molino, momento en el que se debe vencer un torque inicial por lo que el motor utilizado debe cumplir con ciertas condiciones. En general la potencia es función de:
  - Dimensiones del molino
  - Porcentaje de carga de bolas.
  - Velocidad de rotación del molino.
  - El tipo de molino considerado.

A continuación se presentan dos esquemas que ilustran estos parámetros.



**Figura 6.8: Dimensiones generales del molino**



**Figura 6.9: Posición del material, bolas y pulpa dentro del molino**

## 6.3 Diseño Molino de Bolas

En esta sección se presentarán los cálculos y decisiones en términos del diseño del molino de bolas en cuestión.

### 6.3.1 Descarga

Primero que todo es importante definir el tipo de molino de bola que se está diseñando. En la figura que se muestra a continuación se pueden apreciar distintos tipos de molino según su sistema de alimentación y descarga. Los molinos con descarga “overflow” o de sobrellenado se suelen utilizar para partículas resultantes menores a  $106\text{ }\mu\text{m}$ , los de descarga con diafragma para partículas resultantes de entre  $106\text{ }\mu\text{m}$  –  $250\text{ }\mu\text{m}$  y por último los de descarga central suelen utilizarse para tamaños mayores de partículas. Además es importante considerar que el tamaño del “trunnion” de descarga es mayor que el de alimentación con el fin de que la pulpa no se evacúe por el “trunnion” de alimentación.

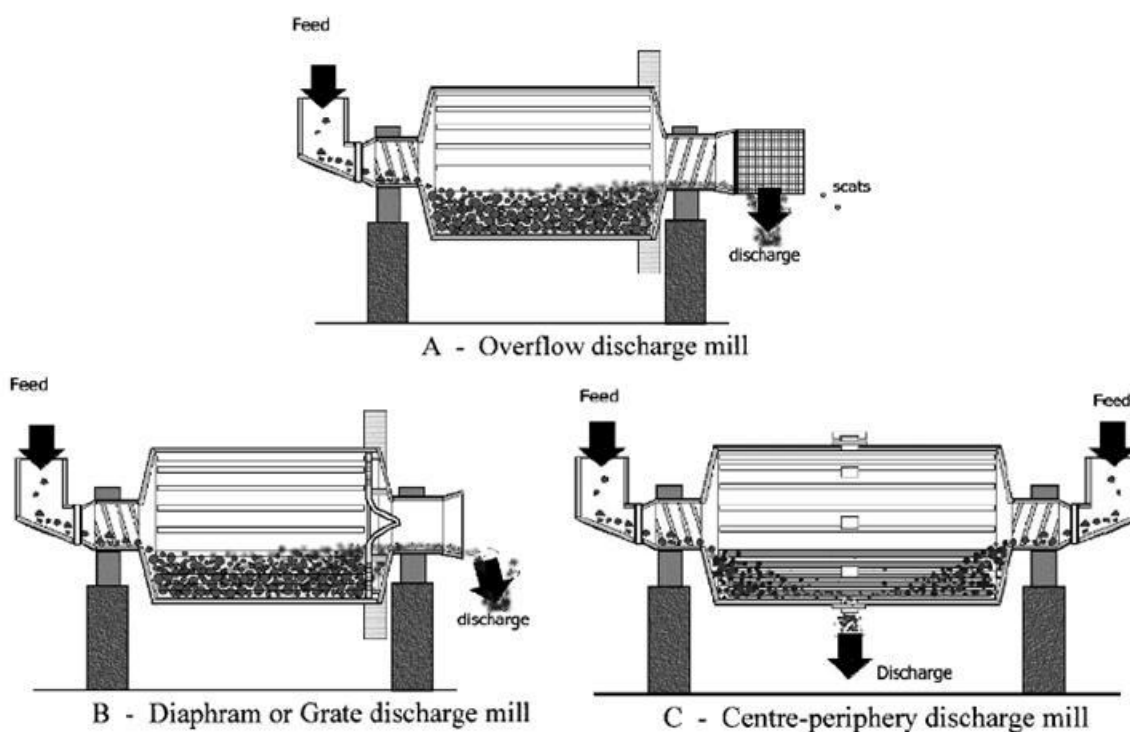


Figura 6.10: Tipos de molino según sistema de descarga

Considerando que se necesitan partículas salientes de  $50\text{ }\mu\text{m}$ , se selecciona molino del tipo Overflow.

### 6.3.2 Levantadores

Los levantadores son usados para promover la operación de molienda al levantar las rocas y bolas con el fin de que caigan de cierta altura y se genere así una mejor reducción por impacto y por desgaste.

El número de levantadores está dado generalmente por la siguiente regla [1]:

$$N^{\circ} \text{ Levantadores} = 3.3 \cdot \pi \cdot D = 39,5 \approx 40 \text{ Doble onda} \quad 6.1$$

$$N^{\circ} \text{ Levantadores} = 6.6 \cdot D = 25,1 \approx 26 \text{ Onda simple} \quad 6.2$$

Donde: D es el diámetro del molino en metros

Los levantadores están ubicados en la camisa del molino, esta es la estructura interna del molino cuya función consiste en proteger la estructura del molino al desgaste y ser una plataforma base de los levantadores. Las camisas pueden ser de distintos materiales como acero al magnesio, níquel endurecido o aceros de alto carbono, en general se busca que el material sea resistente al desgaste y al impacto.

La altura de las ondas que poseen las camisas suelen ser de entre 1.5 a 2 veces el espesor de ésta. Además suelen usarse camisas con doble onda para un tamaño de bolas menor de 60 mm y de onda simple para tamaños mayores de 60 mm, como las bolas usadas en el molino son de 1 pulgada se escoge el diseño de onda doble. [1]

De lo anterior (Ec. 6.1) se desprende que el número de levantadores es 40.

### 6.3.3 Operación del molino

La operación del molino consiste en moler el mineral y la roca producto de la rotación, esta rotación es soportada por los “trunnions” y otorgada por medio de un sistema piñón corona. Una porción de la carga del molino es arrastrada por éste a lo largo del perímetro debido a la rotación, al exceder un cierto ángulo parte de la carga se desliza por la camisa mientras otra parte cae como cascada, esto genera el desgaste por abrasión y por impacto respectivamente.

Como se vio anteriormente la reducción por impacto es proporcional a la masa de la bola y la reducción por abrasión es inversamente proporcional a la superficie de ésta [2]. El

balance de estas energías de trituración se logra al manejar diversos parámetros como volumen de carga de pulpa, volumen de bolas, velocidad de rotación, entre otros.

A continuación se detallarán estos parámetros.

#### 6.3.3.1 Altura de Carga

La medida de altura de carga es un buen método para estimar el volumen de carga del molino. De la figura 6,4 se tiene que la altura de carga es:

$$H_B = \frac{d}{2}(1 - \cos \theta) \quad 6.3$$

Donde  $d = 12,5$  [pie] es el diámetro interno del molino.

#### 6.3.3.2 Volumen de Carga

Es importante que el molino no esté sobre cargado ni con poca carga ya que, al sobrecargarlo, se tiende a acumular partículas finas en la parte inferior del molino que resultan en una especie de colchón que absorbe el impacto de las bolas y al operarlo con poca carga se puede producir un contacto excesivo entre bolas lo que se traduce en poco contacto entre bolas y material.

El porcentaje del volumen del molino ocupado por el material es función del volumen de carga de rocas y bolas. A continuación se muestra este porcentaje:

$$V_R = \frac{\text{Volumen Mineral}}{\text{Volumen Molino}} \times 100 \quad 6.4$$

El porcentaje del volumen del molino ocupado por bolas es:

$$V_B = \frac{\text{Volumen Bolas}}{\text{Volumen Molino}} \times 100 \quad 6.5$$

De la figura 6.5 se obtiene que el porcentaje típico de bolas procesadas es 40% considerando un ángulo  $\theta = 70^\circ$  (figura 6,4), ángulo típico para este tipo de molinos.

Además se tiene que la fracción de carga total del molino en función de los parámetros geométricos definidos en la figura 6,4 es:

$$H_B = 1,25[m]$$

$$W = 3,58[m]$$

$$V_T = 28,65\%$$

Como el volumen del molino es  $V_M = 93,825[m^3]$  se tiene que la carga total corresponde a:

$$V_T = 26,88 [m^3]$$

De lo anterior se tiene que la carga de bolas y de rocas es:

$$V_B = 26,88 \cdot 0,4 = 10,75[m^3]$$

$$V_R = 26,88 - 10,75 = 16,13[m^3]$$

Normalmente la carga de rocas ocupa entre el 20 % y 25% del volumen del molino y el resto es ocupado por las bolas. Sin embargo, como norma general la carga total del molino no debe exceder el 45% del volumen éste.

De lo anterior se desprende que el molino cumple con las condiciones estándar de diseño.

#### 6.3.3.3 Tamaño de bolas inicial

El tamaño, número y masa de las bolas depende de si éstas son cargadas para comenzar a operar por primera vez o son reemplazo de otras bolas. El tamaño de bolas inicial está relacionado con el máximo tamaño de alimentación según la siguiente ecuación [5]:

$$d_B = 0.4K\sqrt{F} \quad 6.6$$

Donde: F es el tamaño de alimentación en centímetros

$d_B$  es el diámetro de bolas en centímetros

K es una constante conocida como factor de molienda

Para minerales duros, como el que contiene el cobre para este caso, el valor de K es de 37.4, factor que depende de importantes variables de operación, de entre las cuales se identifican para alimentación:

1. Índice de Trabajo
2. Tamaño partícula más grande y gradiente de tamaño de éstas
3. Gravedad específica de los sólidos y densidad de la pulpa

Y para el molino:

1. Diámetro del molino
2. Velocidad de rotación

Considerando estas variables se tiene que el máximo diámetro de bolas inicial puede estimarse como: [1]

$$d_B = 25.4 \left[ \left( \frac{F_{80}}{k} \right)^{0.5} \left( \frac{\rho_s W_i}{100 \phi_c (3.281 D)^{0.5}} \right)^{0.33} \right] [mm] \quad 6.7$$

Donde: D es el diámetro interno del molino en metros

k es una constante conocida como factor del molino (tabla 6.1)

$F_{80}$  es el tamaño superado por el 80% de las partículas de entrada [ $\mu m$ ]

$W_i$  es el índice de trabajo en [kWh/t]

$\phi_c$  es la fracción de la velocidad crítica del molino

Los valores para k se encuentran tabulados en la siguiente tabla:

**Tabla 6.1: Valores de k [2]**

| Mill Type | Wet/Dry Grinding | Circuit | k   |
|-----------|------------------|---------|-----|
| Over flow | Wet              | Open    | 350 |
| Over flow | Wet              | Closed  | 350 |
| Diaphragm | Wet              | Open    | 330 |
| Diaphragm | Wet              | Closed  | 330 |
| Diaphragm | Dry              | Open    | 335 |
| Diaphragm | Dry              | Closed  | 335 |

Como el molino en cuestión es del tipo “overflow” y opera con pulpa en un circuito de molienda cerrado se desprende de la tabla que el factor del molino es  $k=350$ .

De lo anterior se tiene que el diámetro inicial de bolas es:

$$d_B = 2,3 [cm]$$

Escogiéndose bolas comerciales de hierro fundido de 1[in] de diámetro.

#### 6.3.3.4 Tamaño de bolas de reemplazo

Durante la operación del molino las bolas se desgastan y por lo tanto se reduce su tamaño y masa, esto implica que se deben reemplazar las bolas cada cierto tiempo para mantener las condiciones óptimas de molienda.

El desgaste de las bolas depende de:

1. Naturaleza abrasiva de la roca
2. Desgaste por choque entre bolas
3. Velocidad de rotación
4. Gravedad específica del mineral
5. Índice de trabajo del mineral

Existen ecuaciones que miden la pérdida de masa de las bolas en función de la energía entregada al molino, para el caso de material en pulpa se tiene que:

$$kg/kWh = 0.16(A_i - 0.015)^{0.33} \quad 6.8$$

Donde:  $A_i$  es el índice de abrasión (ver anexos)

Con lo anterior, la pérdida de masa de las bolas corresponde a  $0,082 \left[ \frac{Kg}{KWh} \right]$ . Considerando un desgaste uniforme en la carga de bolas es posible establecer una política de reemplazo de bolas.

En base a lo anterior se postula la siguiente ecuación para calcular el diámetro de bolas de reemplazo. [3] [4]

$$d_B = \frac{6.3(F_{80})^{0.29}(W_i)^{0.4}}{(\nu D)^{0.25}} [mm] \quad 6.9$$

Donde:  $\nu$  es la velocidad de rotación del molino

Sin embargo, muchos autores recomiendan la ecuación 6.10 para el diámetro de bolas tanto en el inicio de las operaciones como en el reemplazo, siendo este el caso seleccionado para el molino en cuestión debido al pequeño tamaño de partículas tratadas..

#### 6.3.3.5 Desgaste de Bolas

Como se mencionó anteriormente el desgaste de bolas es un factor importante en la operación del molino, este fenómeno no solo se ve afectado por la velocidad del molino, diámetro de éste, gravedad específica del mineral e índice de trabajo de éste, sino que también por el tipo de camisa, la dureza de las bolas, las fuerzas sobre estas dentro del molino y el pH de la pulpa entre otros. Este desgaste puede llegar a ser entre 400 [gr] y 1200 [gr] por tonelada de material procesado.

#### 6.3.3.6 Densidad de Bolas

En términos generales mientras más grande es la diferencia de densidad y dureza de las bolas y la roca más eficiente será la operación de molienda. Por lo anterior es necesario usar una densidad de bolas apropiada para un mineral en particular. Es importante destacar que esta densidad corresponde a una densidad referencial de bolas en un espacio determinado y por ningún motivo hace referencia a la densidad del material de las bolas.

La siguiente ecuación relaciona la densidad de bolas con la densidad del material a ser reducido. [5]:

$$\rho_B = (0.016 \cdot \rho_M^2 + 20 \cdot \rho_M)^{0.5} - 0.4 \cdot \rho_M \quad \mathbf{6.10}$$

Donde:  $\rho_M$  es la densidad del material que se va a reducir [ton/m<sup>3</sup>]

La densidad de bolas suele estar entre los siguientes valores:

- Acero fundido: 4.3 - 4.8 [ton/m<sup>3</sup>]
- Acero forjado: 4.6 - 4.8 [ton/m<sup>3</sup>]

Para este caso se tiene que la densidad de bolas es:

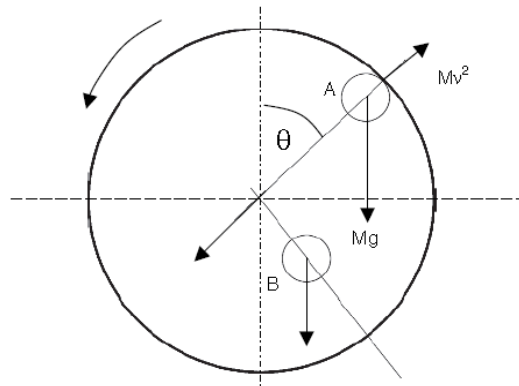
$$\rho_B = 4,55 \left[ \frac{\text{ton}}{\text{m}^3} \right]$$

#### 6.3.3.7 Rotación del Molino y Velocidad Crítica

Inicialmente, cuando la velocidad del molino aumenta también lo hace la molienda y por lo tanto aumenta el rendimiento del molino. Sin embargo, cuando la velocidad es mayor que un valor crítico, la carga junto con las bolas tiende a girar junto al molino debido a la

fuerza centrífuga. En este caso la molienda se anula completamente y la potencia requerida para girar el molino se reduce drásticamente. La velocidad a la que ocurre lo anterior se conoce como velocidad crítica  $v_c$ .

En la figura a continuación se muestra un diagrama de fuerzas sobre las bolas del molino.



**Figura 6.11: DCL bolas dentro del molino en estado de rotación**

En la posición A la bola es mantenida en contacto con la camisa con una fuerza  $Mv^2$ , asumiendo que no ocurre deslizamiento entre la bola y la camisa en las condiciones de equilibrio. La posición B indica el centro de gravedad de toda la carga con una distribución de fuerzas similar a A pero considerando muchos factores como las fuerzas de roce. Para simplificar el problema se considera el sistema A, la componente centrípeta de la fuerza debido a la gravedad,  $Mg \cos \theta$ , iguala a la componente centrífuga de la fuerza,  $Mv^2/(R - r)$ .

$$\cos \theta = \frac{v^2}{(R - r)g} \quad 6.11$$

Donde: M es la masa de la bola

g es la aceleración de gravedad en  $[m/s^2]$

v es la velocidad lineal de la bola  $[m/s]$

R y r son los radios del molino y bola respectivamente en  $[m]$

La fuerza de gravedad máxima ocurre cuando  $\theta = 1$ , reescribiendo la ecuación se obtiene la expresión de velocidad crítica en función del diámetro de molino (D) y el diámetro de bolas (d) ambos en metros:

$$v_c = \frac{42.3}{\sqrt{(D - d)}} [rpm] \quad 6.12$$

Para el caso de pulpa la velocidad crítica se multiplica por un factor de 0.7.

De lo anterior se desprende que la velocidad crítica del molino es:

$$v_c = 15,17[rpm]$$

Asumiendo que la velocidad de rotación del molino es:

$$v = 12[rpm]$$

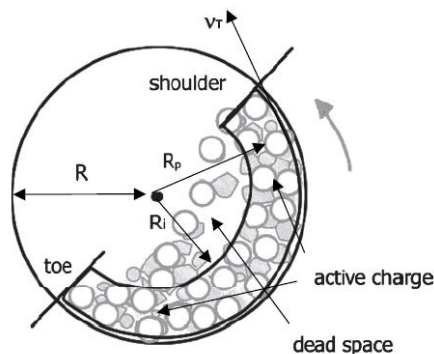
En la práctica existe roce entre las bolas y la camisa y el coeficiente de roce se puede expresar como:

$$\mu = \left(\frac{v_c}{v}\right)^2 \quad 6.13$$

Siendo el coeficiente de roce existente entre bolas y camisa:

$$\mu = 1,6$$

En la siguiente figura se muestra la consideración de las fuerzas de roce y el perfil de distribución de la carga como en la posición B de la figura anterior. Es decir, se considera la variación de velocidad de las partículas entre el centro y la periferia del molino.



**Figura 6.12: Movimiento de la carga dentro del molino**

De la figura anterior se define la siguiente ecuación [6]:

$$\omega_p = \left[ \frac{v_N R (R_p - \zeta R_i)}{R_p (R - \zeta R_i)} \right] \quad 6.14$$

Donde:  $\omega_p$  velocidad de rotación de una partícula a distancia  $R_p$  del centro

$v_N$  es la velocidad tangencial normalizada ( $v_N = v_R/v_T$ )

$v_R$  y  $v_T$  velocidad tangencial en la posición  $R_p$  y en la periferia

$R_p$  distancia radial de partícula p localizada en la región activa

$R_i$  distancia radial del radio interior de la región activa del molino

El término  $\zeta$  es función del llenado volumétrico del molino,  $J_B$ , y se define como:

$$\log \zeta = 0.4532 \log(1 - J_B) \quad 6.15$$

Puede observarse que a medida que  $J_B$  se acerca al volumen total, la velocidad de la partícula se acerca a la velocidad tangencial  $v_N$ .

#### 6.3.3.8 Condiciones del Molino y Carga Inicial de Bolas

En la tabla que se muestra a continuación se pueden observar las acciones del molino (deslizamiento, caída y acción fuerza centrífuga) para distintos porcentajes de velocidad crítica. Los números 1,2 y 3 indican el grado de ocurrencia en forma descendente, es decir, 1 significa que ocurre poco y 3 que ocurre de forma considerable.

**Tabla 6.2: Efecto de la velocidad de rotación en la acción del molino**

| % Critical Speed | Sliding | Cascading | Centrifuging |
|------------------|---------|-----------|--------------|
| 10               | 3       | -         | -            |
| 20               | 3       | -         | -            |
| 30               | 3       | 1         | -            |
| 40               | 2       | 1         |              |
| 50               | 2       | 1         | 1            |
| 60               | 2       | 2         | 1            |
| 70               | 1       | 3         | 3            |
| 80               | 1       | 3         | 2            |
| 90               | -       | 2         | 3            |

La siguiente tabla muestra una estimación de las condiciones dentro del molino al variar el volumen de bolas para diferentes velocidades de rotación. Los número 1,2 y 3 tienen el mismo significado que en la tabla anterior.

**Tabla 6.3: Efecto del volumen de carga de bolas en la acción del molino**

| Ball Charge<br>% Mill Volume | Sliding<br>(all speeds) | Cascading         | Centrifuging      |
|------------------------------|-------------------------|-------------------|-------------------|
| 5-15                         | 3                       | -                 | -                 |
| 15-25                        | 3                       | 1 (higher speeds) | -                 |
| 25-35                        | 2                       | 2 (higher speeds) | 1 (higher speeds) |
| 35-45                        | 1                       | 3 (all speeds)    | 1 (higher speeds) |
| 45-50                        | 1                       | 2 (all speeds)    | 3 (all speeds)    |

De las tablas anteriores se desprende que las condiciones de operación óptimas (que ocurra caída de cascada) se dan para porcentajes de entre 70-80% de la velocidad crítica y para volúmenes de carga de bolas de entre 35-45% del volumen del molino.

El porcentaje de velocidad utilizado corresponde a 79% de la velocidad crítica del molino y el porcentaje de bolas corresponde a un 40% del total por lo que se está dentro de los rangos óptimos para ambos criterios.

### 6.3.4 Potencia del Molino

Para la determinación de la potencia de operación del molino, se llevó a cabo una estimación a partir de una situación considerada como operación normal del molino. Lo anterior corresponde a considerar la potencia necesaria para mantener el centro de gravedad de la carga procesada a 60° con respecto a la vertical, operando a las RPM determinadas para el molino.

El procedimiento de cálculo es como sigue a continuación.

En primera instancia, se calcula la masa procesada de la siguiente manera:

$$M_{procesada} = (\%_{vol.bolas} \cdot \rho_{bolas} + (1 - \%_{vol.bolas}) \cdot \rho_{mineral}) \cdot V_{procesado} \quad 6.16$$

Donde:  $M_{procesada}$  corresponde a la masa procesada en el molino, en [Kg].

$\%_{vol.bolas}$  corresponde al porcentaje de volumen de la carga ocupado por las bolas.

$\rho_{bolas}$  es la densidad de las bolas en  $[\text{Kg}/\text{m}^3]$ .

$\rho_{\text{mineral}}$  es la densidad del mineral expresada en  $[\text{Kg}/\text{m}^3]$

$V_{\text{procesado}}$  Corresponde al volumen total del material siendo procesado en  $[\text{m}^3]$

Teniéndose que:

A partir de la figura 6.5 se observa que para un ángulo  $\theta$  de  $70^\circ$  (acorde con la carga necesaria para molino OverFlow)  $\%_{\text{vol.bolas}}$  es igual a 0,4.

$\rho_{bolas}$  corresponde a  $7900[\text{Kg}/\text{m}^3]$  propio del hierro fundido.

$\rho_{\text{mineral}}$  corresponde a  $1280[\text{Kg}/\text{m}^3]$ .

$V_{\text{procesado}}$  corresponde a  $26,88[\text{m}^3]$

Con todo lo anterior se llega a que

$$M_{\text{procesada}} = 105601,9[\text{Kg}]$$

La distancia entre el eje del molino y el centro de masa se obtiene según la siguiente aproximación:

$$L = \left( \frac{\phi_{\text{molino}}}{2} \right) - H_b + \frac{4H_b}{3\pi} \quad 6.17$$

Dónde:

L es la distancia entre el centro de giro del molino y el centro de gravedad del material siendo procesado, en  $[\text{m}]$ .

$\phi_{\text{molino}}$  corresponde al diámetro del molino en  $[\text{m}]$ .

$H_b$  corresponde a la altura de la carga dentro del molino, en  $[\text{m}]$ .

Como

$$\phi_{molino} = 3,81[m]$$

$$H_b = 1,25[m]$$

Se llega a que

$$L = 1,18[m]$$

Por último se tiene que la velocidad de giro del molino es

$$\omega_{molino} = \frac{12[RPM] \cdot 2 \cdot \pi}{60} = 1,25 \left[ \frac{rad}{s} \right]$$

Con todo lo anterior, se obtiene la potencia según la siguiente expresión:

$$P_{molino} = M_{procesada} \cdot g \cdot \cos(90 - \alpha) \cdot \omega_{molino} \cdot L \quad 6.18$$

Considerando  $\alpha = 60^\circ$ , se obtiene

$$P_{molino} = 1789,3[HP]$$

#### 6.3.4.1 Selección de motor

Según la demanda de potencia del proceso de molienda estudiado, se deben tener en cuenta los siguientes aspectos en la selección del motor del molino:

- Motor de tipo Síncrono.
- Debe entregar un 130% del torque de partida.

Cabe notar que según lo estudiado en el apartado anterior, el torque de partida del motor resulta menor al de operación considerado anteriormente (mantención de la carga a 60 grados con respecto a la horizontal). Lo anterior debido a que al momento de la partida la carga no genera un peso con componente tangencial al tambor del molino.

El torque necesario de operación del molino se obtiene de la siguiente expresión:

$$\tau_{molino} = \frac{P_{molino}}{\omega_{molino}} = 1061819,59[Nm]$$

Considerándose lo anterior, además de holguras en caso de que opere sólo un motor, se selecciona como referencia un motor síncrono de la marca WEG, de 2250[HP], 4 polos y una rotación que se expresa según la siguiente ecuación:

$$\omega_{motor} = \frac{120 \cdot 50[Hz]}{4[polos]} = 1500[RPM]$$

En la expresión anterior los 50[Hz] corresponden a la frecuencia de red para Chile.

Además de los datos antes mencionados, resulta de interés para este informe el conocimiento de la geometría del motor, en especial del diámetro del eje de éste, de modo de poder estimar más adelante tanto los diámetros internos de los rodamientos del piñón como del piñón mismo. Para motores de las características antes señaladas se usan ejes de 130[mm] (referencia: Carcasa 450D-IP24 de WEG), que es el valor seleccionado para el eje del piñón. La conexión motor-eje se llevará a cabo mediante un machón.

### 6.3.5 Elementos Estructurales

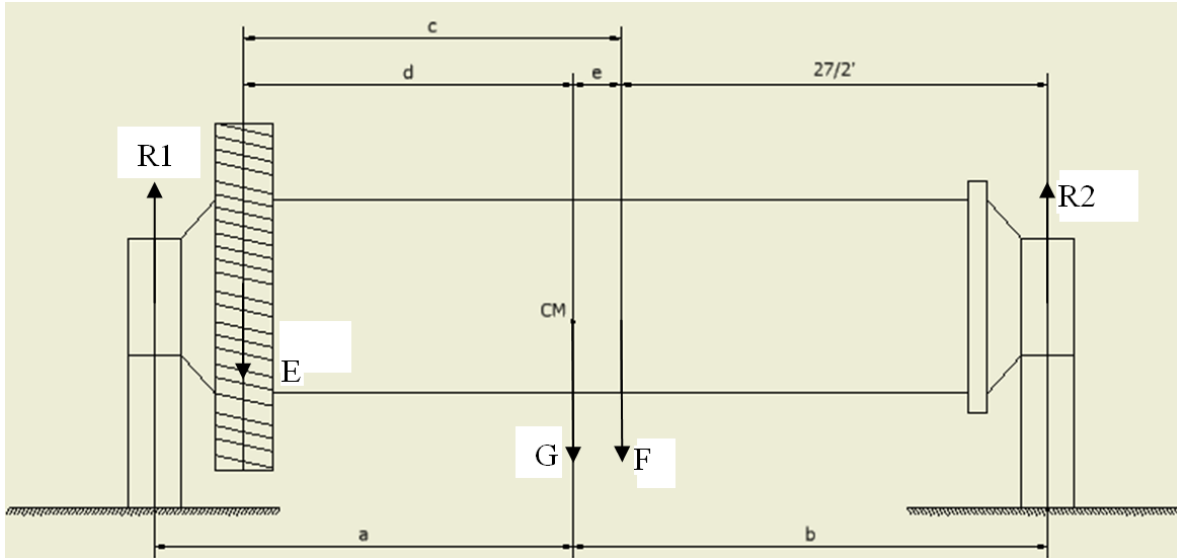
En la presente sección se procederá a describir el diseño de los elementos estructurales principales del molino.

Primero que todo se debe definir de forma general la estructura del molino para así identificar los elementos cuyo diseño es relevante.

Los cálculos se realizan principalmente considerando el peso total del molino, incluyendo el mineral y el medio de molienda. Además, la fuerza que se ejerce sobre el engranaje, que generalmente es hacia arriba, no se considera mientras sea pequeña comparada con el peso del molino. Otro factor importante es que la fuerza axial que actúe sobre el molino se considera proveniente de diversos factores que se pueden clasificar como involuntarios o de diseño. Entre los involuntarios pueden ocurrir que, el molino no quedó horizontal debido al asentamiento de las fundaciones y/o errores de alineación en la instalación. Entre los factores de diseño destacan, acción del movimiento de la carga por el

tipo de descarga e inclinación del molino para facilitar el flujo. Para ambos casos se suele utilizar el ángulo del la hélice del dientes de engrane para compensar las fuerzas.

En términos generales se puede confeccionar el siguiente diagrama de cuerpo libre.



**Figura 6.13: Esquema de Fuerzas sobre el Molino**

Dónde:  $G$  es el peso total del molino incluyendo corona en [N]

$F$  es el peso del molino sin corona en [N]

$E$  es el peso de la corona en [N]

$R1$  y  $R2$  son las reacciones sobre los descansos en [N]

Se puede apreciar que la fuerza  $F$  representa el peso del molino sin corona, encontrándose esta fuerza en el eje de simetría del molino. Sin embargo, al considerar la corona el eje de simetría deja de contener al centro de masa y este se desplaza una distancia “ $e$ ” hacia el lado de la corona, además la carga ya no es  $F$  si no que se representa como  $G=F+E$ .

Realizando una simple sumatoria de momentos en un punto específico se pueden obtener los valores de “ $a$ ” y “ $b$ ”, considerando que la distancia del eje de simetría a la corona, representada en el esquema por “ $c$ ”, es de 12,5 [pie] y los valores de peso de la corona y carga total del molino son 15 [ton] y 105,6 [ton] respectivamente.

$$\sum M_{Corona} = 0 \Rightarrow d = \frac{Fc}{G} \quad 6.19$$

De lo anterior se desprende el valor de “e” con lo que se pueden obtener las distancias del centro de los descansos al punto donde se consideró concentrada la masa en el caso con corona.

$$e = c - d = 0,473[m]$$

$$a = 13,5 - e = 3,640[m]$$

$$b = 13,5 + e = 4,588[m]$$

Luego de lo anterior se pueden obtener las reacciones en los descansos tal y como se muestra a continuación:

$$R1 = G \left( \frac{b}{a + b} \right) = 659005,0791[N] \quad 6.20$$

$$R2 = G \left( \frac{a}{a + b} \right) = 522893,968[N]$$

Considerando las fuerzas anteriores se utiliza para los cálculos R1, esto debido a que es la mayor por encontrarse más cerca de la corona, y por lo tanto del centro de masa. A continuación, y en base a lo anterior, se muestran los cálculos de los elementos estructurales más importantes del molino.

#### 6.3.5.1 Espesor de Carcasa

Para calcular el espesor de carcasa se utilizan ecuaciones de resistencia de materiales con ecuaciones de diseño de von Misses, esta ecuación se traduce en el siguiente procedimiento<sup>2</sup>:

Cálculo de esfuerzos de torsión y flexión debido a la acción del par del motor y al peso de la carga dentro del molino. Es importante mencionar que el par del motor se

---

<sup>2</sup> Budynas, R. G., & Nisbett, J. K. (2008). *Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley* (Octava ed.). México D.F., México: McGraw-Hill.

considera constante y que la acción del momento flector también lo es, es decir, esfuerzo cíclico constante en el tiempo.

$$\begin{aligned} \text{Flexión} \quad \sigma_x &= \frac{M_a c}{I} \\ \text{Torsión} \quad \tau_{xy} &= \frac{T_m c}{J} \end{aligned} \quad 6.21$$

Donde:  $M_a$  es el momento flector

$T_m$  es el momento torsor

$c$  es la distancia al punto de cálculo

$I$  y  $J$  son los segundos momentos de inercia y polar, respectivamente

Como el sistema se trata de un cilindro hueco se utilizan las siguientes ecuaciones para los momentos de inercia y polar.

$$\begin{aligned} I &= \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4) \\ J &= \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4) \end{aligned} \quad 6.22$$

Donde:  $D$  es el diámetro exterior de la carcasa

$d$  es el diámetro interior de la carcasa

Luego se puede realizar el cálculo de esfuerzo de von Mises. Considerando despreciable el esfuerzo por corte se obtiene:

$$\begin{aligned} \sigma_{1,2} &= \frac{\sigma_x}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = 16 \frac{D}{\pi(D^4 - d^4)} \left( M_a \pm \sqrt{(M_a)^2 + (T_m)^2} \right) \\ \left(\frac{S_Y}{n}\right)^2 &= \sigma_1^2 + \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2 \end{aligned} \quad 6.23$$

Donde:  $n$  es el factor de seguridad de diseño

$S_Y$  es la resistencia a la fluencia del material

De lo anterior se desprende una ecuación de diseño para el diámetro

$$\left(\frac{D^4 - d^4}{D}\right)^2 = \left(\frac{16n}{\pi S_Y}\right)^2 (4(M_a^2) + T_m^2) \quad 6.24$$

Debido a la extensión del cálculo de los factores de concentración y del límite de resistencia a la fatiga sólo se presentarán los resultados de cada término de la ecuación anterior. Es importante mencionar que se consideró como material un acero 1020 común.

$$M_a = R1 \cdot a = 2399389,412[Nm]$$

$$T_m = 1380365,473[Nm]$$

$$S_Y = 295[MPa]$$

$$n = 8$$

$$d = 3,81[m]$$

$$D = 3,83[m]$$

De lo anterior se desprende que el espesor de la carcasa es de 20 [mm]

#### 6.3.5.2 Espesor Trunnion

Para el eje del molino, en el punto de cambio de sección de zona de alimentación a la zona de carga, se utiliza la misma ecuación anterior solo cambiando los parámetros de ingreso que se definen como:

$$M_a = R1 \cdot 0,2 = 131801,016[N]$$

$$T_m = 1380365,473[Nm]$$

$$S_Y = 295[MPa]$$

$$n = 8$$

$$d = 1,4[m]$$

De lo anterior se tiene que el diámetro externo del trunnion es:

$$D = 1,43[m]$$

Con lo que se tiene un espesor de 30[mm] para esta sección del molino.

#### 6.3.5.3 Material levantadores y recubrimiento interno

En la literatura se indica que los materiales más comunes para levantadores y recubrimientos son:

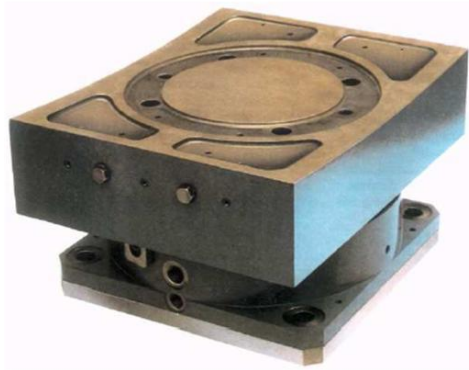
- Acero alto en Carbono
- Acero al Manganeso
- Níquel endurecido
- Caucho endurecido

Dada las condiciones de operación del molino en cuestión se descarta el uso de caucho endurecido, considerándose este un material para ser usado con mineral blando. Los tres restantes tienen en común una alta dureza que les otorga mayor resistencia a los impactos dentro del molino. De éstos se selecciona el acero alto en carbono a su facilidad de adquisición en el mercado nacional. Este recubrimiento es fijado a la carcasa del molino mediante pernos forjados, esto para permitir su fácil reemplazo en caso de desgaste.

#### 6.3.5.4 Dimensionamiento del descanso

Para dimensionar los descansos se tiene que considerar su función. Para esto se introducirá el concepto de descansos hidrostáticos.

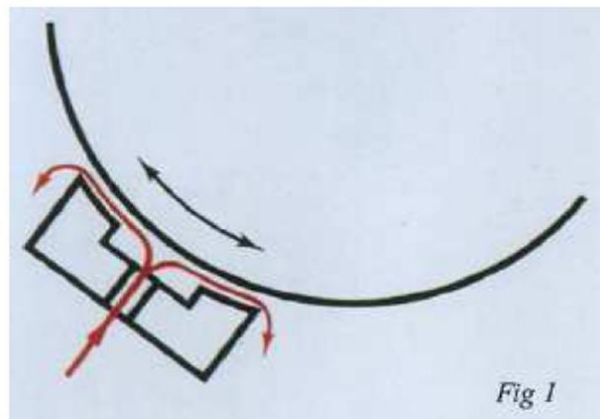
Los descansos hidrostáticos son muy utilizados en equipos rotacionales peso elevado y que trabajan con altas cargas. En estos casos el uso de rodamientos se ve limitado por las dimensiones de los equipos y magnitudes de las cargas. Es por ello que los pads se presentan como una la alternativa para solucionar este problema. A continuación se muestra una figura de un pad o levantador SKF.



**Figura 6.14: Levantador SKF**

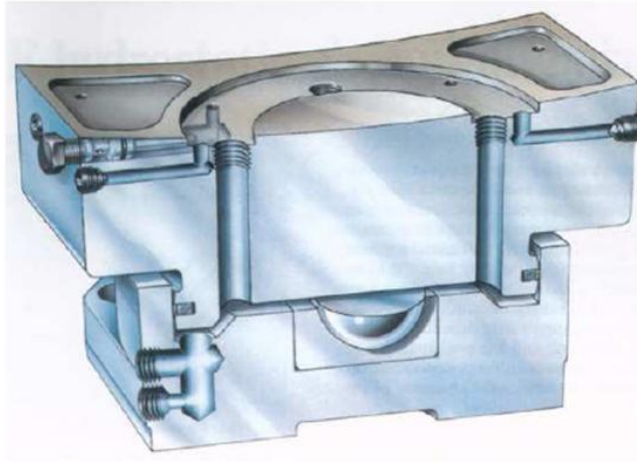
Dentro de este marco es importante mencionar que el funcionamiento de los pads se basa en el principio hidrostático.

El aceite es inyectado en una cavidad que existe entre el Pad y un anillo conocido como “Girth ring”. La presión provocada en el Pad hace que el anillo se levante hasta que se cree un espacio. Con lo anterior se puede generar una especie de flotación del eje en su descanso, haciendo que este pueda rotar con baja fricción a cualquier velocidad y en cualquier dirección. El espacio de presión depende únicamente de la carga en el anillo y del tamaño del pad. La altura del espacio depende de la presión generada por el aceite y de la geometría del pad. En la siguiente figura se muestra un esquema sencillo de este funcionamiento.



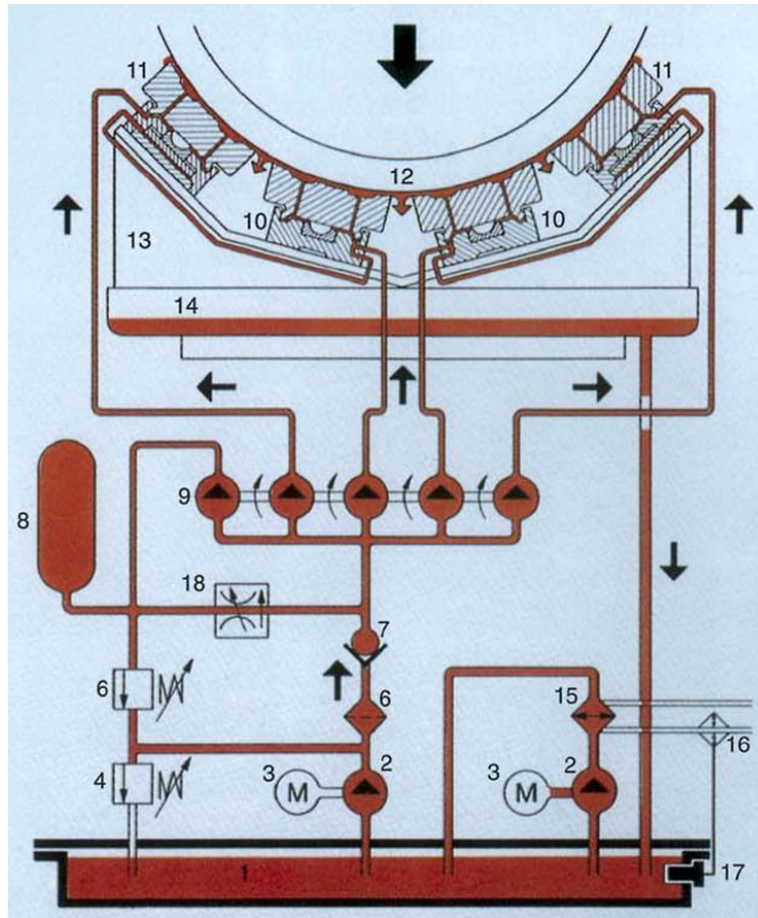
**Figura 6.15: Esquema Pad**

En la siguiente figura se muestra un pad en corte con el fin de apreciar los conductos por los cuales se inyecta el aceite para generar la presión necesaria para sostener el eje.



**Figura 6.16: Esquema en Corte de un Pad**

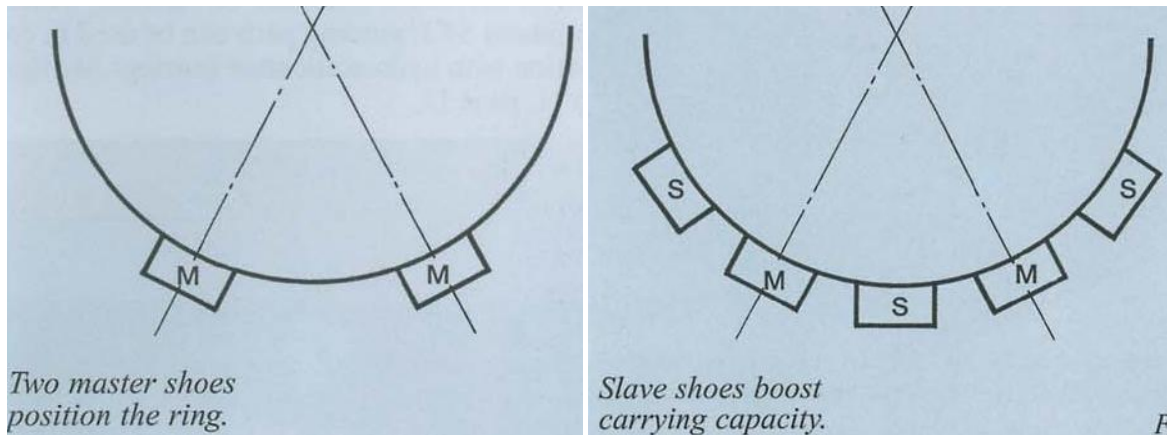
Para generar el principio hidrostático se debe contar con un sistema hidráulico con bombas y válvulas que controle la presión que genera al inyección de aceite. A continuación se muestra un esquema de este sistema con un listado de elementos.



**Figura 6.17: Esquema Sistema hidráulico**

- |                       |                                        |
|-----------------------|----------------------------------------|
| 1. Tanque de Aceite   | 11. Pad Esclavo                        |
| 2. Bomba              | 12. Anillo                             |
| 3. Motor Eléctrico    | 13. Pedestal Descanso                  |
| 4. Válvula de Alivio  | 14. Carter de Aceite                   |
| 5. Válvula Secuencial | 15. Radiador de Aceite                 |
| 6. Filtro de Aceite   | 16. Válvula para Agua de Refrigeración |
| 7. Válvula de Control | 17. Termostato                         |
| 8. Acumulador         | 18. Válvula de Control de Flujo        |
| 9. Divisor de Flujo   |                                        |
| 10. Pad Maestro       |                                        |

Dentro de este marco se mencionan pad's maestros y esclavos, esto quiere decir que si bien 2 pads son suficientes para la mayoría de las aplicaciones (2 pad's por descanso) puede ser que las cargas radiales sean mayores y se añaden más descansos en función de esclavos, es decir, funcionan en base a los descansos maestros pero proporcionan más soporte al eje y permiten fabricar descansos más delgados. A continuación se muestran esquemas de este montaje.



**Figura 6.18: Esquema de arreglos maestro-esclavo**

Entre las principales características de los descansos tienen la capacidad de autoalinearse a los errores de fabricación de los ejes o anillos o errores de montaje del sistema. Además los fabricantes indican que los descansos hidrostáticos son muy útiles en sistemas de molienda larga cuyas cargas radiales por descanso son de hasta 12000 [kN] y como la mayor carga radial en los descansos de este molino es de alrededor de 659 [kN] se tiene que este sistema es adecuado para las condiciones de operación requeridas.

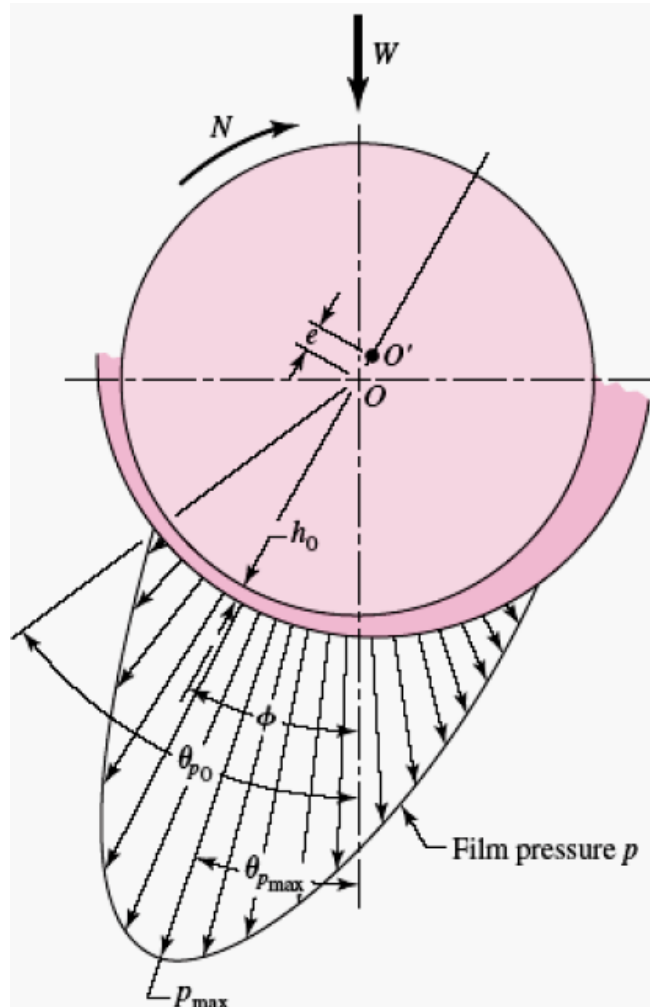
Los materiales de fabricación de estos descansos suelen ser de acero fundido con grafito esferoidal (más conocida como fundición gris nodular) y acero. La pared de contacto del pad está recubierta con bronce a modo de material de sacrificio para no dañar el material del eje ni el del pad.

Además de lo anterior existen pads de guía axial y éstos permiten amortiguar los movimientos o vibraciones que se puedan producir en este sentido.

Como se muestra en el esquema del sistema hidráulico existe un anillo que permite el sellado de la película de aceite, es por esto que la instalación del sistema se debe realizar

por personal calificado y bajo condiciones establecidas en el catálogo para así asegurar el correcto funcionamiento de los descansos.

Dentro del marco del diseño de descansos un factor importante es la presión que se debe aplicar sobre la película de aceite para producir el efecto hidrodinámico. A continuación se presenta un esquema que muestra la dinámica de rotación del eje sobre el descanso.



**Figura 6.19: Esquema posición de eje en descanso y diagrama de presión sobre éste**

En la figura anterior se tiene que:

- $N$ : es la velocidad de rotación del eje
- $W$ : la carga radial a la cual es sometido el eje

- $O'$ : es el centro del descanso
- $O$ : es el centro del eje
- $e$ : es la excentricidad producto de la rotación de eje con respecto al centro del descanso
- $h_0$ : es el espesor de la película de aceite
- $P_{\max}$ : es la presión máxima sobre la película de aceite
- $\theta_{\max}$ : es el ángulo entre el punto de presión máxima en sistema estático y el punto de presión máxima en estado de rotación.
- $\theta_{p0}$ : es el ángulo entre la vertical y el punto en el cual se anula la presión que ejerce el eje sobre la película de aceite.

El perfil de distribución de presión tiene esta forma debido a la fuerza por área que ejerce el trunnion sobre la película de aceite y a la rotación de éste, de hecho, por efecto de la rotación se tiene que el perfil está inclinado en el mismo sentido de ésta lo que indica que el trunnion no rota en el centro del descanso si no que se desplaza hacia un lado.

Utilizando el diámetro del trunnion (1,43 [m]) y la carga radial que se ejerce sobre este (659 [kN]) se selecciona, según catálogo SKF, un arreglo de 2 pad's maestros de 600 mm de ancho y 765 mm de largo. A continuación se calcula la presión ejercida sobre estos pad's.

En este sentido se tiene que este perfil parabólico de distribución de presión tiene la siguiente ecuación:

$$P_t = P_0 \left( \frac{y}{c} \right)^{0,5} \quad 6.25$$

Donde:  $P_0$  es la máxima presión sobre el descanso en estado de reposo.

$c$  es el juego del "Journal" con respecto al "Bearing"<sup>3</sup>

---

<sup>3</sup> La parte del rotor que está dentro del descanso se conoce en inglés como Journal y el cilindro que lo soporta como Bearing

Sin embargo, por simplicidad y dado que ya se tiene seleccionado un pad con su respectiva área. Se calculará la presión utilizando la siguiente ecuación.

$$P = \frac{W}{A} = \frac{659 [kN]}{600 \times 765 [mm^2]} = 1,436 [MPa] \quad 6.26$$

Considerando esto y que por catálogo este tipo de pads está diseñado para una carga de 1500 [kN], el sistema cumple con los requerimientos.

#### 6.3.5.5 Cálculo del engranaje

El mecanismo seleccionado para la transmisión de potencia corresponde a un sistema piñón-corona del tipo helicoidal. La elección anterior se basa en términos de eficiencia, bajas emisiones de ruido y simplicidad. Dado la reducción que se necesita hacer ( $\omega_{motor} \rightarrow \omega_{molino} \Leftrightarrow 1500[RPM] \rightarrow 12[RPM]$ ) se decide lograr la reducción en dos etapas.

Se estima realizar la reducción según las siguientes etapas:

$$1500[RPM] \rightarrow 300[RPM] \rightarrow 12[RPM]$$

A partir de lo cual se definen el engranaje 1, primero cuyo piñón es solidario al eje de motor, y el engranaje 2 cuya corona es solidaria al molino. La anterior denominación será usada para los subíndices de los valores calculados.

Los engranajes quedan preliminarmente determinados según los siguientes parámetros:

Sean

- $d_1$  el diámetro de paso del piñón del primer engranaje.
- $D_1$  el diámetro de paso de la corona del primer engranaje.
- $d_2$  el diámetro de paso del piñón del segundo engranaje.
- $D_2$  el diámetro de paso de la corona del segundo engranaje.
- $m_1$  la reducción en el primer engranaje.
- $m_2$  la reducción en el segundo engranaje.

Como se definió anteriormente las reducciones, se tendrá:

$$m_1 = \frac{1500[RPM]}{300[RPM]} = 5$$

$$m_2 = \frac{300[RPM]}{12[RPM]} = 25$$

Por otro lado, sabiendo que en el diámetro de paso los engranajes “ruedan sin resbalar”, se tienen las siguientes relaciones:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

En donde  $\omega_i$  representa las velocidades angulares y,  $r_i$  y  $d_i$  representan radios de paso y diámetros de paso respectivamente. Lo anterior es, en otras palabras, conservación de velocidad tangencial entre el piñón y la corona.

Para la obtención de algunos diámetros de paso se utilizan los siguientes criterios:

1. La corona del segundo engranaje, solidaria al molino, tiene por diámetro de paso el diámetro del molino más una holgura de 0,5[m] en el radio de modo que se tenga holgura en el montaje. Según lo anterior se tendrá  $D_2 = 4,81[m] = 189,37[in]$ .
2. El piñón del primer engranaje, solidario al motor, tiene un diámetro de paso de 500[mm]. Lo anterior basado en el diámetro del eje del motor (130[mm]) y considerando un factor de seguridad de aprox. 4. Luego  $d_1 = 500[mm] = 19,68[in]$ .

Utilizando los criterios anteriores más la ecuación de conservación de velocidad tangencial en los radios de paso se tendrá:

$$m_1 = 5 = \frac{1500[RPM]}{300[RPM]} = \frac{D_1}{d_1} = \frac{D_1}{19,68[in]}$$

$$\Rightarrow D_1 = m_1 \cdot 19,68[in] = 5 \cdot 19,68[in] \Rightarrow D_1 = 98,4[in]$$

$$m_2 = 25 = \frac{300[RPM]}{12[RPM]} = \frac{D_2}{d_2}$$

$$\Rightarrow d_2 = \frac{189,37[in]}{25} = 7,575[in] \Rightarrow d_2 = 7,575[in]$$

De suma importancia en un engranaje helicoidal son los valores del ángulo de hélice y de presión, que se definen así:

$\psi$  : ángulo de hélice =  $7^\circ$

$\phi_n$  : ángulo de presión =  $26^\circ$

Estos valores se utilizarán tanto en el engranaje 1 como en el 2, a pesar de ser estos independientes entre sí (la única relación es que la corona del engranaje 1 es solidaria al piñón del engranaje 2).

De los valores anteriores es posible obtener el ángulo de presión en la dirección tangencial,  $\phi_t$ , según la siguiente expresión:

$$\phi_t = \tan^{-1} \left( \frac{\tan(\phi_n)}{\cos(\psi)} \right) = 26,16^\circ$$

La cantidad mínima de dientes de un piñón en un engranaje de relación de velocidad “m” queda expresado según la siguiente expresión:

$$N_{min} = \frac{2 \cdot \cos(\psi)}{(1 + 2m)\sin^2(\phi_t)} \left[ m + \sqrt{m^2 + (1 + 2m) \cdot \sin^2(\phi_t)} \right]$$

Usando la expresión anterior, para los dos piñones se tendrá que sus dientes mínimos son:

$$m_1 = 5 \Rightarrow N_{min 1} = 9,0708[dientes]$$

$$m_2 = 25 \Rightarrow N_{min 2} = 10,09[dientes]$$

Redondeando los valores anteriores se llega finalmente a

$$N_{p1} = 10[dientes]$$

$$N_{p2} = 11[\text{dientes}]$$

Que resultan ser los valores seleccionados de cantidad de dientes para los piñones, de manera de poderse lograr las reducciones con coronas lo más pequeñas posible.

En relación a lo anterior, se tiene en consideración la siguiente expresión que relaciona la relación de velocidad del engranaje con la cantidad de dientes del piñón y la corona:

$$m_i = \frac{N_G}{N_P}$$

En donde  $m_i$  es la relación de velocidad,  $N_G$  es la cantidad de dientes de la corona y  $N_P$  es la cantidad de dientes del piñón.

Utilizando la expresión anterior se determinan las cantidades de dientes de las coronas:

$$N_{G1} = m_1 \cdot N_{P1} = 5 \cdot 10[\text{dientes}] = 50[\text{dientes}]$$

$$N_{G2} = m_2 \cdot N_{P2} = 25 \cdot 11[\text{dientes}] = 275[\text{dientes}]$$

En resumen se tendrá para los dos engranajes:

Diámetros de paso:

$$d_1 = 19,68[\text{in}]$$

$$D_1 = 98,4[\text{in}]$$

$$d_2 = 7,575[\text{in}]$$

$$D_2 = 189,37[\text{in}]$$

Cantidad de dientes:

$$N_{P1} = 10[\text{dientes}]$$

$$N_{G1} = 50[\text{dientes}]$$

$$N_{P2} = 11[\text{dientes}]$$

$$N_{G2} = 275[\text{dientes}]$$

Con los datos anteriores queda definido de manera general el engranaje. Se mencionan a continuación las expresiones para obtener los valores restantes para la determinación completa de éstos.

Paso diametral transversal,  $P_t$ :

$$P_t = \frac{N}{d}$$

En donde N es la cantidad de dientes del piñón (o corona) y d es el diámetro de paso del piñón (o corona) expresado en [in]. Reemplazando la ecuación anterior para los dos engranajes se tiene:

$$P_{t1} = 0,508 \left[ \frac{1}{in} \right]$$

$$P_{t2} = 1,452 \left[ \frac{1}{in} \right]$$

Paso circular transversal,  $p_t$ :

$$p_t = \frac{1}{P_t}$$

Reemplazando para ambos engranajes se llega:

$$p_{t1} = 6,184[in]$$

$$p_{t2} = 2,163[in]$$

Paso circular normal,  $p_n$ :

$$p_n = p_t \cdot \cos(\psi)$$

Reemplazando para ambos engranajes se llega:

$$p_{n1} = 6,138[in]$$

$$p_{n2} = 2,147[in]$$

Paso axial,  $p_x$ :

$$p_x = \frac{p_t}{\tan(\psi)}$$

Reemplazando se llega, para ambos engranajes:

$$p_{x1} = 50,367[in]$$

$$p_{x2} = 17,619[in]$$

Ancho de cara del engranaje,  $F$ :

Se sugiere en la literatura que el ancho de cara del engranaje sea al menos dos veces el paso axial, con lo que se llega a que:

$$F_1 = 50,367[in] \text{ (en este caso se condiera sólo una vez el paso axial)}$$

$$F_2 = 35,238[in]$$

Paso diametral normal,  $P_n$ :

$$P_n = \frac{P_t}{\cos(\psi)}$$

Con lo anterior:

$$P_{n1} = 0,512[\frac{1}{in}]$$

$$P_{n2} = 1,463[\frac{1}{in}]$$

Cabeza, correspondiente a la diferencia radial entre la cresta y el círculo de paso,  $a$ :

$$a = \frac{1}{P_n}$$

Reemplazando se tiene:

$$a_1 = 1,954[in]$$

$$a_2 = 0,683[in]$$

Raíz, correspondiente a la diferencia radial entre el círculo de paso y el fondo del engrane, b:

$$b = \frac{1,25}{P_n}$$

Se tendrá entonces:

$$b_1 = 2,442[in]$$

$$b_2 = 0,854[in]$$

Diámetro de base del piñón,  $d_{base}$ :

$$d_{base} = d \cdot \cos(\phi_t)$$

Luego:

$$d_{base\ 1} = 17,667[in]$$

$$d_{base\ 2} = 6,798[in]$$

Diámetro de base de la corona,  $D_{base}$ :

$$D_{base} = D \cdot \cos(\phi_t)$$

Con lo anterior:

$$D_{base\ 1} = 88,336[in]$$

$$D_{base\ 2} = 169,959[in]$$

Ángulo de la hélice de base,  $\psi_{base}$ :

$$\psi_{base} = \tan^{-1}(\tan(\psi) \cdot \cos(\phi_t))$$

Con lo anterior:

$$\psi_{base\ 1} = 7,799^\circ$$

$$\psi_{base\ 2} = 7,799^\circ$$

Como la configuración de la transmisión del molino corresponde al caso de engranajes externos, se tienen además los siguientes términos relacionados con el montaje de los engranes:

Distancia estándar entre centros,  $L$ :

$$L = \frac{D + d}{2}$$

En donde  $D$  es el diámetro de paso de la corona y  $d$  es el diámetro de paso del piñón, ambos en [in]. Con lo anterior:

$$L_1 = 59,055[in]$$

$$L_2 = 98,472[in]$$

Diámetro exterior de la corona,  $D_{ext}$ :

$$D_{ext} = D + 2a$$

Donde tanto  $D$  como  $a$  se expresan en [in].

Luego:

$$D_{ext1} = 102,333[in]$$

$$D_{ext2} = 190,737[in]$$

Diámetro exterior del piñón,  $d_{ext}$ :

$$d_{ext} = d + 2a$$

Donde tanto  $d$  como  $a$  se expresan en [in]. Luego:

$$d_{ext1} = 23,593[in]$$

$$d_{ext2} = 8,942[in]$$

Diámetro de raíz de la corona,  $D_{raiz}$ :

$$D_{raiz} = D - 2b$$

Donde D y b se expresan en [in]. Luego:

$$D_{raiz\ 1} = 93,541[in]$$

$$D_{raiz\ 2} = 187,661[in]$$

Diámetro de raíz del piñón,  $d_{raiz}$ :

$$d_{raiz} = d - 2b$$

Donde tanto d como b se expresan en [in]. Luego:

$$d_{raiz\ 1} = 14,800[in]$$

$$d_{raiz\ 2} = 5,866[in]$$

Con todos los valores anteriores quedan todos los elementos de transmisión completamente definidos.

La carga transmitida al engranaje responde a la siguiente relación:

$$W = \frac{60000 \cdot P_{molino}}{\pi \cdot d \cdot \omega_{motor}}$$

Donde: W corresponde a la carga transmitida en [KN].

$P_{molino}$  es la potencia transmitida al molino en [KW].

d es el diámetro de paso del piñón del engranaje 1, en [mm].

$\omega_{motor}$  es la velocidad angular del motor en [RPM].

Hay que notar que por acción y reacción, W es igual para el piñón y la corona de un mismo engranaje. Se asume que no existen pérdidas de potencia en la transmisión.

Como en el caso del primer engranaje, considerando el piñón, se tiene que:

$$P_{molino} = 1334,32[KW]$$

$$d = 500 [mm]$$

$$\omega_{motor} = 1500[RPM]$$

Entonces:

$$\Rightarrow W = 33,97[KN]$$

Por otro lado, en el caso del segundo engranaje, considerando nuevamente el piñón, se tiene que:

$$P_{molino} = 1334,32[KW]$$

$$d = 192.399 [mm]$$

$$\omega = 300[RPM]$$

Entonces:

$$\Rightarrow W = 441,505[KN]$$

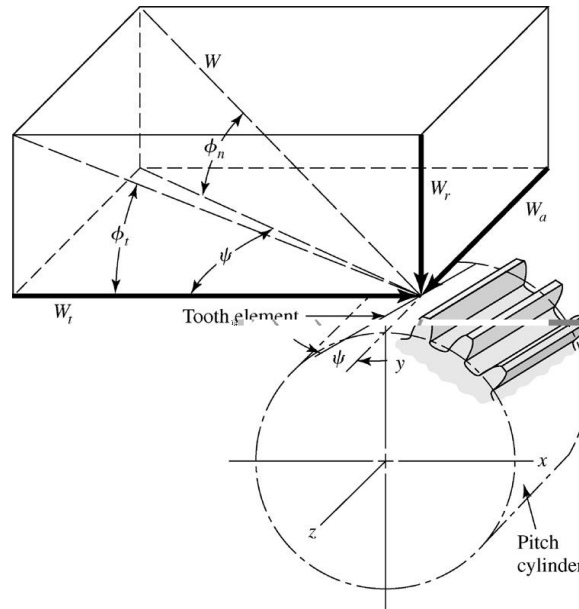
La carga transmitida a su vez se descompone de manera radial, tangencial y axial, según se puede ver en las siguientes relaciones respectivamente:

$$W_r = W \sin(\phi_n)$$

$$W_t = W \cos(\phi_n) \cos(\psi)$$

$$W_a = W \cos(\phi_n) \sin(\psi)$$

Lo anterior gráficamente se observa de la siguiente figura:



**Figura 6.20: Esquema fuerzas engranaje**

Teniéndose en cuenta los valores antes señalados para el ángulo de hélice y de presión ( $7^\circ$  y  $26^\circ$  respectivamente), se obtienen los siguientes valores:

Primer engranaje:

$$W_r = 14,89[KN]$$

$$W_t = 30,31[KN]$$

$$W_a = 3,72[KN]$$

Segundo engranaje:

$$W_r = 193,54[KN]$$

$$W_t = 393,86[KN]$$

$$W_a = 48,36[KN]$$

#### 6.3.5.6 Compensación de empuje axial mediante inclinación de molino

Como se puede apreciar en el apartado anterior, el hecho de que se haya seleccionado una transmisión mediante engranajes helicoidales produce irremediablemente un empuje axial en el molino. Para contrarrestar lo anterior se propone inclinarlo con respecto a la horizontal según se detalla a continuación.

Se distinguen tres agentes productores de fuerzas axiales en caso de inclinarse el molino:

- Componente axial de carga transmitida en el piñón.  $W_a$
- Peso de la carga y estructura del molino.  $(M_{total} \cdot g)$
- Empuje axial producto de la reacción del molino frente al flujo de carga.  $E$ .

Luego, se busca un ángulo que equilibre las fuerzas participantes anteriores en el eje axial del molino, según la siguiente expresión, obtenida del DCL:

$$E + M_{total} \cdot g \cdot \sin(\alpha) = W_a$$

La expresión anterior es válida considerando que el ángulo de hélice se encuentra orientado (hacia la izquierda o la derecha) de tal forma que el empuje axial tenga sentido contrario al flujo del material procesado.

Despejando la expresión de sumatoria de fuerzas, se obtiene que:

$$\alpha = \arcsen\left(\frac{W_a - E}{M_{total} \cdot g}\right)$$

En donde  $W_a$  y  $E$  se expresan en [N],  $M_{total}$  en [Kg] y  $g$  corresponde a la aceleración de gravedad en [ $m/s^2$ ].

El empuje axial se explica a partir de la aceleración a la que se ve afectado el flujo de mineral procesado durante su circulación al interior del molino. Lo anterior se expresa según la próxima expresión:

$$E = M_{carga} \cdot a$$

En donde E es el empuje en [N],  $M_{carga}$  es la masa de la carga siendo procesada al interior del molino en [Kg] y a es la aceleración de la carga en  $[m/s^2]$ .

$M_{carga}$  se obtiene a partir de la siguiente expresión:

$$M_{carga} = (\%_{bolas} \rho_{acero} + (1 - \%_{bolas}) \rho_{mezcla}) V_{carga}$$

En donde  $\%_{bolas}$  corresponde al porcentaje en volumen que representan las bolas en relación al volumen total de la carga.  $\rho_{acero}$  y  $\rho_{mezcla}$  son las densidades del acero y la mezcla respectivamente, expresados en  $[Kg/m^3]$ .  $V_{carga}$  es el volumen total de la carga expresado en  $[m^3]$ .

Evalutando la expresión de la masa, se llega a que

$$M_{carga} = 105601.94[Kg]$$

La aceleración se obtiene a partir de las siguientes expresiones:

$$a = \frac{V_f - V_i}{t_{residencia}} = \frac{V_f - V_i}{\frac{V_{carga}}{V_{totalprocesado}} \cdot 3600} = \frac{V_f - V_i}{\frac{V_{carga} \cdot 3600}{\frac{\dot{M}}{\rho_{carga}}}}$$

En donde  $V_f$  corresponde a la velocidad con que abandona el flujo al molino, expresada en  $[m/s]$ .  $V_i$  corresponde a la velocidad de incidencia del flujo al molino, en  $[m/s]$ .  $t_{residencia}$  corresponde al tiempo de tránsito de la carga al interior del molino, expresado en  $[s]$ .  $V_{carga}$  corresponde al volumen de la carga al interior del molino, expresado en  $[m^3]$ .  $V_{totalprocesado}$  corresponde al caudal volumétrico del molino, expresado en  $[m^3/h]$ .  $\dot{M}$  corresponde al caudal másico en el interior del molino, expresado en  $[t/h]$ . Por último,  $\rho_{carga}$  corresponde a la densidad de la carga procesada, expresada en  $[t/m^3]$ .

Asumiendo que:

$$V_i = 0 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

$$V_f = 1 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

Y teniéndose que

$$V_{carga} = 26,88[m^3]$$

$$\dot{M} = 919,315 \left[ \frac{t}{h} \right]$$

$$\rho_{carga} = 1,28 \left[ \frac{t}{m^3} \right]$$

Se llega a que:

$$a = 0.0111 \left[ \frac{m}{s^2} \right]$$

Por último, a partir de la fórmula de E se llega a que:

$$E = 1175.47[N]$$

Se tiene que  $M_{total}$  comprende la masa total del sistema, es decir, de la carga, del molino, de la corona de éste, el recubrimiento interno del molino y las tapas.

$$\Rightarrow M_{total} = 162889,76[Kg]$$

La componente axial, producto de la descomposición de la fuerza en la transmisión del engranaje, se considera como el valor obtenido para el segundo engranaje, al ser éste el que transmite la carga directamente al molino y además por ser el mayor. Luego, debe ser la  $W_a$  del segundo engranaje la carga a contrarrestar.

Se considera entonces en la sumatoria de fuerzas que:

$$W_a = 48,36[KN]$$

Como criterio de diseño se asume que sólo la mitad de la carga del molino se encuentra ejerciendo una reacción en éste (el resto del material se encuentra cayendo).

Y Luego, la relación para obtener el ángulo de inclinación del molino queda:

$$\alpha = \arcsen \left( \frac{W_a \cdot 0,5 - E}{M_{total} \cdot g} \right)$$

En donde el factor 0,5 que multiplica a  $W_a$  es producto del criterio antes mencionado.

Se llega finalmente a que el ángulo necesario para compensar la carga axial del molino corresponde a

$$\alpha = 0,82^\circ$$

Por lo que es posible asumir que no es necesaria una inclinación mayor en el montaje del molino para anular las cargas axiales.

#### 6.3.5.7 Cálculo del eje

A partir de la selección del motor a utilizar se desprende de su geometría que el eje del motor es de 130[mm] de diámetro, por lo cual, este es el diámetro seleccionado para los ejes de la transmisión al ser capaces de transmitir 2250[HP].

#### 6.3.5.8 Elección del rodamiento

En la selección de los rodamientos se debe hacer la distinción, producto que las fuerzas ejercidas en los engranes no son las mismas para los dos, para qué engranaje están éstos destinados.

##### Elección rodamiento primer engranaje.

Se tenía para este caso, las siguientes componentes de la carga transmitida al piñón:

$$W_r = 14,89[KN]$$

$$W_t = 30,31[KN]$$

$$W_a = 3,72[KN]$$

La masa del piñón más el eje (130[mm] de diámetro, 1[m] de largo estimado, en acero) corresponde a aproximadamente:

$$M_1 = 2821,17[Kg]$$

Lo anterior usando una densidad de material del piñón de  $7,9[t/m^3]$  y usando un volumen del piñón correspondiente al cilindro formado por el diámetro externo del piñón menos el cilindro correspondiente a la perforación central ( de 130[mm] de diámetro).

El piñón se considera ubicado en la mitad del eje, por lo que las reacciones en ambos rodamientos del eje son iguales.

Considerando una inclinación de  $\alpha$  grados del sistema (calculado anteriormente), se tendrá entonces las siguientes cargas por componente:

$$F_{axial} = \frac{1}{2}W_a - \frac{1}{2}M_1 \cdot g \cdot \text{sen}(\alpha)$$

$$F_{radial} = \frac{1}{2}W_r + \frac{1}{2}M_1 \cdot g \cdot \text{cos}(\alpha)$$

Sabiendo que  $\alpha = 0.82^\circ$ , se llega a:

$$F_{axial} = 1661,69[N] = 169,38[Kg]$$

$$F_{radial} = 8857,97[N] = 902,95[Kg]$$

Correspondientes a las componentes de las reacciones de los apoyos del eje.

De catálogo de rodamientos (SKF), nos enfocamos en aquellos de diámetro interno de 130[mm].

Probamos el rodamiento SKF 32926, que es el menor del tipo cónico de rodillos, puesto que existen componentes radiales y axiales en los soportes.

La carga equivalente sobre el rodamiento, P, se obtiene de la siguiente expresión:

$$P = X \cdot F_{radial} + Y \cdot F_{axial}$$

En donde los factores X e Y se obtienen del tablas.

La carga básica dinámica C del rodamiento es:  $C = 20183,48[Kg]$

La carga básica estática  $C_o$  del rodamiento es:  $C_o = 37206,93[\text{Kg}]$

Se tiene entonces las siguientes relaciones:

$$\frac{F_{axial}}{C_o} = 0,00455$$

$$\frac{F_{axial}}{F_{radial}} = 0,1875$$

Para los dos valores anteriores de tabla se tendrá entonces que

$$X = 1$$

$$Y = 0$$

Con lo que se tiene

$$P = X \cdot F_{radial} + Y \cdot F_{axial} = X \cdot F_{radial} = 902,95[\text{Kg}]$$

La duración del rodamiento está dada por la siguiente ecuación:

$$L_h = \frac{1000000}{60 \cdot n} \left( \frac{C}{P} \right)^p$$

Donde  $L_h$  es la duración del rodamiento en [h],  $n$  es la velocidad de giro en [RPM],  $C$  y  $P$  son los anteriormente definidos y  $p$  corresponde a 3 en el caso de rodamientos de bola y  $10/3$  para rodamientos de rodillos.

Considerando que  $n = 1500[\text{RPM}]$  (solidario al motor) y  $p = 10/3$  al usarse un rodamiento de rodillo, se llega a que:

$$L_h = 349562,93[\text{h}]$$

Considerándose que es un tiempo de vida suficiente y que es el menor de los rodamientos de diámetro interno de  $130[\text{mm}]$ , se selecciona entonces el rodamiento SKF 32926 para el eje del piñón del primer engranaje.

### Elección rodamiento segundo engranaje.

En el eje del segundo engranaje se tendrá acción de reacciones provenientes de la corona solidaria al molino y del piñón solidario a la corona del primer engranaje, luego, al ser opuestas estas reacciones (cambian los sentidos de giro para una misma orientación de ángulo de cara y de hélice), se debe considerar como componentes el módulo de la diferencia entre ambos:

Con lo anterior se tendrá:

$$W_r = 193,54 - 14,89[KN] = 18211[Kg]$$

$$W_a = 48,36 - 3,72[KN] = 4555,1[Kg]$$

La masa del piñón del segundo engranaje, más la corona del primer engranaje (ambos son solidarios en el mismo eje) más el eje (130[mm] de diámetro, 1[m] de largo, en acero) corresponde a aproximadamente:

$$M_2 = 53791,22[Kg]$$

Lo anterior usando una densidad de material del piñón y corona de  $7,9[t/m^3]$  y usando un volumen del piñón correspondiente al cilindro formado por el diámetro externo del piñón menos el cilindro correspondiente a la perforación central (de 130[mm] de diámetro), lo mismo para la corona. Se considera por simplicidad que ambos están ubicados al centro del eje, teniéndose que las reacciones en los descansos son las mismas.

Considerando una inclinación de  $\alpha$  grados del sistema (calculado anteriormente), se tendrá entonces las siguientes cargas por componente:

$$F_{axial} = \frac{1}{2}(W_{a1} - W_{a2}) - \frac{1}{2}M_2 \cdot g \cdot \text{sen}(\alpha)$$

$$F_{radial} = \frac{1}{2}(W_{r1} - W_{r2}) + \frac{1}{2}M_2 \cdot g \cdot \cos(\alpha)$$

Sabiendo que  $\alpha = 0.82^\circ$ , se llega a:

$$F_{axial} = 286137,92[N] = 29167,98[Kg]$$

$$F_{radial} = 85525,59[N] = 8718,2[Kg]$$

Correspondientes a las componentes de las reacciones de los apoyos del eje.

Siguiendo un procedimiento similar al antes señalado se llega a los siguiente:

Se realizaron cálculos para rodamientos de varias hileras y configuraciones (en este caso es distinto al del rodamiento del primer engranaje, al tratarse de mayores cargas en los apoyos). Hecho esto, necesariamente se debe aumentar el diámetro del eje en el lugar en que se dispone el rodamiento, dado que para diámetros de 130[mm] los rodamientos mas resistentes duran aproximadamente 10 días.

Probamos el rodamiento SKF BT4B 328922/HA1, del tipo cónico de rodillos, de cuatro hileras y disposición TQI.

Este rodamiento resulta durar  $L_h = 84444,44[h]$ , ó equivalentemente 1520000000 revoluciones de vida.

Luego, la duración de vida del rodamiento es aproximadamente 9,6[años] (considerando las revoluciones de vida del rodamiento y que éste gira a 300[RPM]), lo cual satisface los criterios de diseño y durabilidad.

Puesto que el rodamiento anterior es el menor que cumple las condiciones, es el seleccionado para el segundo engranaje.

El diámetro interno del rodamiento SKF BT4B 328922/HA1 es de 447,675[mm], por lo que necesariamente se deberá sobredimensionar el eje del segundo engranaje en los lugares en donde se ubican los rodamientos para su montaje.

## 7 Discusión

En términos generales, los cálculos y criterios llevaron a números siempre acordes con las recomendaciones de la literatura. Además se observa que las dimensiones resultan aproximadas a las de los molinos vistos en la salida a terreno. A pesar de tenerse antecedentes de que los molinos de la planta las Tórtolas eran adaptados y no necesariamente eran los óptimos para la operación de la planta, los valores obtenidos en el presente trabajo hacen pensar que al menos los molinos están muy cerca de los necesarios.

En relación a la transmisión de potencia, se debe mencionar el porqué de la selección de un motor de 4 polos, siendo posible la utilización de motores de incluso 16 polos, los cuales al ser más lentos permiten realizar la transmisión de manera directa entre el motor y el molino. Lo anterior se debe a que a mayores velocidades de rotación de los engranajes, menores resultaban las cargas ejercidos sobre ellos, y por consiguiente, menores desgastes de las piezas en contacto. El hecho de que se transmitan menores cargas determina la selección de rodamientos menos robustos, más económicos, y una consiguiente mayor vida útil. Lo anterior disminuye los costos por conceptos de mantención del equipo.

Sería interesante realizar una evaluación económica en donde se vea si el mayor costo en el equipo, producto de un sistema de transmisión más complicado, se ve compensado por menores costos en repuestos y mantención a lo largo de la vida útil del molino.

## 8 Conclusiones

Gracias a la visita en terreno fue posible comprender el contexto en que se desarrollan las labores de obtención de concentrado de cobre.

Se pudo ver en detalle los equipos involucrados en el proceso, teniendo la posibilidad de obtener un dimensionamiento general tanto de cada equipo como de la planta completa. Además se pudo evidenciar en terreno la comunicación entre dispositivos con respecto al flujo de producción de la planta.

Se seleccionó como dispositivo a diseñar los molinos de bolas del circuito de remolienda, pudiéndose ahondar más en su funcionamiento y configuración.

Se obtienen los parámetros de diseño principales del equipo considerando los valores de funcionamiento de la planta y poniendo especial énfasis en la comunicación de este equipo con sus sucesores y antecesores.

Se realizan los cálculos para el diseño de los componentes principales identificando los factores más importantes en el diseño de cada elemento, sin perder el enfoque general de planta en la cual se desenvuelve el equipo.

Se proporcionan valores generales para el diseño del molino. Se proponen mejoras con respecto a molinos ocupados en la planta Las Tórtolas (distinto sistema de transmisión, motor de cuatro polos, etc.)

Se pudo obtener un conocimiento más acabado del proceso de molienda en la minería. En especial se logró un gran dominio acerca del proceso de remolienda mediante molinos de bolas, las variables que se influyen y la relación entre ellas.

Mediante la confección de este informe se logró un acercamiento considerable a la labor de diseño de equipos mecánicos. En especial en lo referente al proceso de recolección de datos y bibliografía, lo cual por lo general resulta dificultoso.

## Bibliografía

1. <http://www.anglochile.cl>
2. <http://www.eralgroup.com>
3. [http://www.minas.upm.es/catedra-anefta/Bouso-M3/CLAR\\_ESP.PDF](http://www.minas.upm.es/catedra-anefta/Bouso-M3/CLAR_ESP.PDF)
4. A Gupta, D.S Yan. *Mineral Processing Design and Operation*
5. Budynas, R. G., & Nisbett, J. K. (2008). *Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley* (Octava ed.). México D.F., México: McGraw-Hill.
6. Francisco J. Ugarte Gangotena , *Diseño de un molino de bolas* ; Profesor guía Sigfredo Prett.
7. Catálogo SKF: Hydrostatic Shoe Bearing
8. Catálogo SKF: Bearings
9. Acuña, Bozzo, Hidalgo; *Informe final diseño molino SAG*; ME56B Semestre Primavera 2009.

### 8.1 Referencias

- [1] G.H. Cohen and G.A. Coon, Theoretical considerations of activated control Trans ASME, 75 (1953) 827.
- [2] J.M. Coulson and J.F. Richardson, Chemical Engineering, Vol.3, 2nd (ed)., Pergamon Press.
- [3] P.M.Bamham and D.E. Humphreys, Theory and Applications of Kalman Filtering, C. Leondes (ed), AGARD Monograph, 139 (1970) 45.
- [4] B.W.Leach, Report NRC-NAE-MWC-57, National Research Council, 1984.
- [5] M. Franklin, in Process Control and Automation in Extractive Metallurgy, E.Partelpoeg and D. Hammestoete (eds), AUME, 1989.
- [6] L.A. Zadeh, Fuzzy Sets Information and Control, Vol.3, 1965, pp. 338-353.