Prof. Eduardo Salamanca H.

GUIA Nº2 – 2010: VIBRACIONES MECÁNICAS ME4701

1.1. Un hombre en un ascensor sostiene un péndulo que consta de una cuerda de 18 plg y una partícula de 0.5lb. El ascensor está descendiendo con una aceleración a= 12.2 pie/s^2.

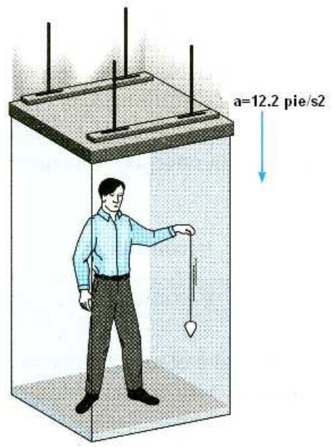
a) Dibuje el diagrama de cuerpo libre del péndulo

b) Determine las ecuaciones del movimiento para pequeñas amplitudes de oscilación:

- ⇨ Utilizando la segunda ley de Newton
- ⇨ Utilizando el principio de D`Alambert

  ¿Considera que fue más expedito para este ejemplo utilizar el principio de D`Alambert?

c) Determine el periodo natural de vibrar



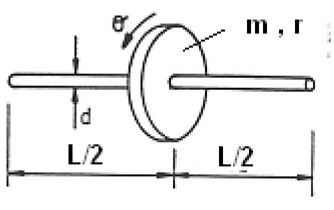
Resp.: 1,72 s

1.1 Disco de radio r y m unido en el punto medio de un eje de acero de masa despreciable y largo L, el cual está empotrado en sus extremos.

a) Determine la máxima amplitud de giro en torsión θ, si se le comunica al disco una velocidad tangencial v.

b) Dibuje el diagrama de cuerpo libre del disco y del eje

c) Determine el esfuerzo de corte máximo en el eje



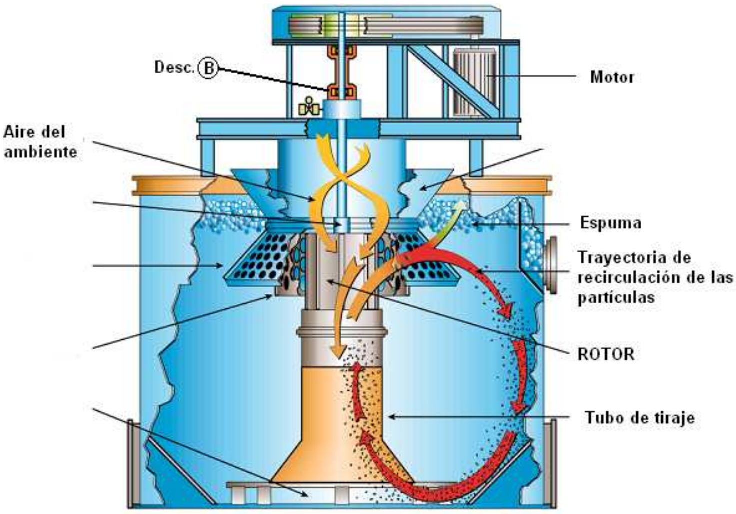
Resp. a) $v/2r\sqrt{G\pi/mL}$; c) $2v/r\sqrt{L\pi/mG}$

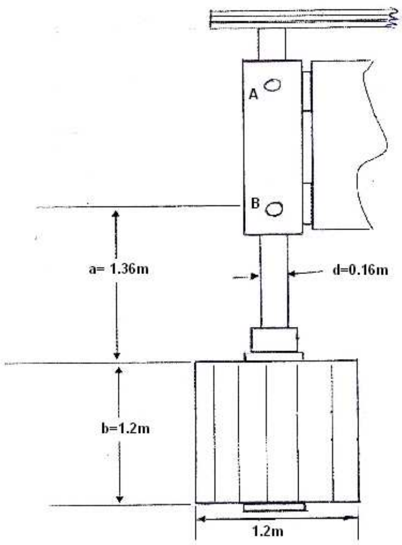
1.2. La figura muestra una celda de flotación utilizada en la industria minera. Un motor eléctrico mueve mediante correas un ventilador de 10 alabes, el cual gira a 150 cpm. El dispensador está montado en voladizo sobre dos rodamientos llamados A y B. El esquema del rotor se muestra en la figura de la derecha

Se mide una vibración de alto valor y frecuencia igual a 150cpm

a) Asesor 1 dice: la vibración es debido al desbalanceamiento del rotor ¿está usted de acuerdo? ¿Porqué si o por qué no?

b) Asesor 2 dice que es porque la vibración generada por el desbalanceamiento residual del rotor está en la zona resonante. ¿está usted de acuerdo?. Para el cálculo de la frecuencia natural considere la masa del ventilador como una masa puntual ubicada a (a + b /2).





Resp.: a) Sí, pues la fuerza centrífuga rotatoria que genera el desbalanceamiento residual, es equivalente a dos fuerzas armónicas perpendiculares de frecuencia = a las RPM del rotor. Como Ω=RPM y el sistema es lineal, la respuesta estacionaria será a Ω=RPM

b) No, pues la frecuencia natural del rotor es 328 cpm

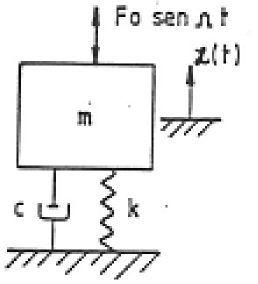
1.3 Si m = 12(lb); k = 6(lb/pulg); F_o = 2(lb); c = 0.43(lb/pulg/s). Determine:

i) Frecuencia natural y frecuencia natural amortiguada

ii) Para la vibración estacionaria determine el valor pico, pico a pico y RMS del desplazamiento vibratorio para $\Omega = w_n$.

iii) Desfase entre desplazamiento y fuerza para $\Omega = w_n$.

iv) Frecuencia y valor de la amplitud del desplazamiento vibratorio estacionario para la cual se produce el valor máximo
v) Velocidad y aceleración máximas.
vi) Determine la fuerza máxima sobre el resorte en el estado estacionario para $\Omega = w_n$.



Resp: i) 13.9 y 12,04 rad/s; ii) 0.33, 0.23 , 0.66 pulg iii) 90º; iv) 9.83 rad/s, 0.39 plg ; v) 3.8pulg/s, 37.5pulg/s^2 vi) 13,98 lb

1.4. Para el sistema ideal actúa una fuerza f(t)= 1000 senΩt N; c= 400N/m/s ; k = 10^6 N/m ; m=1kg. Dibuje en un gráfico las 4 fuerzas (amplitud y fase) en el régimen estacionario que actúan sobre m y demuestre que están en equilibrio:

f(t)+fuerza resorte +fuerza amortiguador +fuerza de inercia =0

$$\overrightarrow{f(t)} - \overrightarrow{kx} - c\vec{\dot{x}} + \overrightarrow{m\Omega^2} x = 0$$

i) Para $\Omega/w_n = 0.3$
ii) Para $\Omega/w_n = 4$
iii) Para $\Omega/w_n = 1$

¿ qué conclusiones obtiene de estos gráficos respecto a las fuerzas que actúan sobre el resorte?

Resp:

	$\Omega/w_n = 0.3$	$\Omega/w_n = 4$	$\Omega/w_n = 1$
Fuerza f(t)	1000N; 0º	1000N; 0º	1000N; 0º
Desplazamiento, X_0	1.09mm ; -7.5º	0.063mm; 186.1º	2.5mm;90º
Fuerza del resorte	1090N; 172.5º	66.3N 186.1º	2500N;-90º
Fuerza del amortiguador	130.8N ; 82.5º	106.1N; 276.1º	1000N;180º
Fuerza de inercia	98N; -7.5º	1060N;186.1º	2500N;90º

1.5 a) Para el sistema de la figura anterior determine en forma analítica la respuesta total (transiente +estacionaria) para el caso en que c=0 (amortiguamiento despreciable) y el sistema está en reposo al comenzar a aplicar la fuerza.
b) Con los datos del problema 1.2, excepto con c=0 determine el valor pico del desplazamiento vibratorio para $\Omega = 1.5w_n$.

Clave para la solución: Las condiciones iníciales se aplican a la respuesta total.

Resp.: a) $x(t)=\dfrac{F_0/k}{1-\left(\Omega/\omega_n\right)^2}\left(\operatorname{sen}\Omega t-\Omega/\omega_n\ \operatorname{sen}\omega_n t\right)$

b) 0.667 plg

1.6 Determine la solución total de la ecuación:

$$m\ddot{x}+c\dot{x}+kx=f(t)$$

Para:

f(t) = Fo ;

$\chi(0)=\chi_0$

$\dot{\chi}(0)=\dot{\chi}_0$

Rpta.:

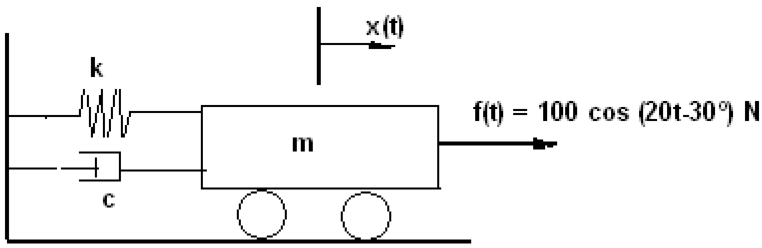
$x(t)=e^{-\xi wnt}\left[A\,sen\,w_d t+B\cos\ w_d t\right]+Fo/k$

$A=\xi\,Fo/k\sqrt{1-\xi^2}$

$B=-\,Fo/k$

1.7 Sistema ideal: k = 10^4(N)m); m = 100kg; c = 200(N/m/s).

a) Determine la respuesta estacionaria
b) Determine el desplazamiento vibratorio máximo



Rpta.:

a) $x(t)=3.3x10^{-3}\cos(20t-22.4^{o})\,(m)$

b) $m\acute{a}x\ de: x(t)=3.3x10^{-3}(\cos 20t-22.4^{o})+7.13x10^{-3}e^{-t}\ sen(w_d t+25.3^{o})$

1.8 Para el sistema ideal de un grado de libertad ¿Cuál es el efecto del amortiguamiento en la amplitud de las vibraciones?.

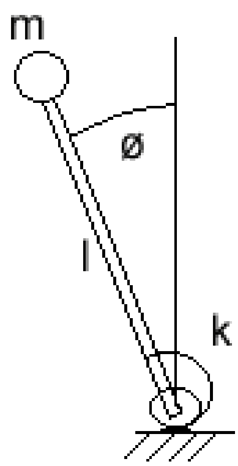
a) en las vibraciones libres.
b) en la respuesta estacionaria de una vibración forzada.

1.9 Las soluciones a las ecuaciones de segundo orden estudiadas son de la forma:

$$x(t) = Ae^{rt}$$

Interprete y explique qué significa físicamente que "r" sea positivo, negativo o imaginario.

1.10. Determine para que valores de k (rigidez del resorte torsional) el sistema es estable.



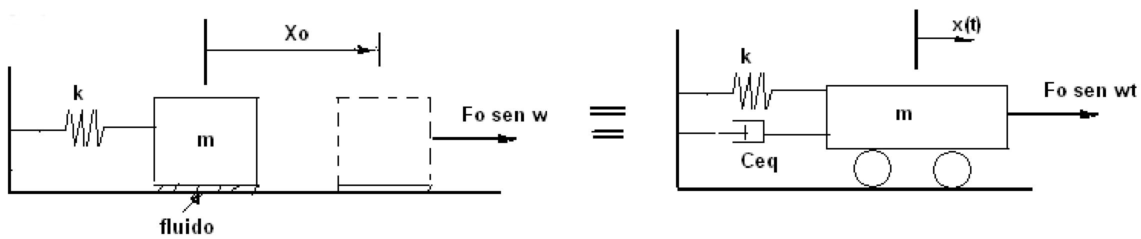
Rpta: Si $\frac{mgl}{k} < 1;$ *es estable*

1.11 i) ¿Qué es Ceq y que utilidad práctica tiene?

ii) Determine Ceq para la figura si las fuerzas disipativas en el fluido son proporcionales al cuadrado de la velocidad instantánea v: $k_o v^2$.Suponga una solución $x(t) = X_0 \; sen\Omega \, t$

iii) ¿Qué es el factor de pérdida η.

iv) ¿Qué es la disipación de energía por radiación?.



Resp: ii) $C_{eq} = \frac{8k_0 \; \Omega X_0}{3\pi}$

1.12 Un motor eléctrico de masa 40kg se monta en una viga en voladizo como indica la figura sobre dos tacos de goma. Masa de la viga despreciable. Cada taco tiene un factor de pérdida del material de 0.3. La deflexión estática de los tacos bajo el peso del motor es 4mm.

Para determinar las propiedades de rigidez y amortiguamiento de la viga se le puso un peso de 20kg en el lugar del motor:

1) La viga debido a este peso se deflectó 2.5mm.
2) Para determinar su amortiguamiento se le hizo un test de vibraciones libres. Un desplazamiento inicial de 10mm dado a la viga disminuyó a 1.5mm en 2 ciclos(n=2).

El rotor del motor tiene una masa de 15kg y un desbalanceamiento de 2×10^{-3} kg m.

i) Determine las ecuaciones del movimiento
ii) Determine la amplitud de las vibraciones estacionarias del motor girando a 980cpm.
iii) Determine la amplitud de las vibraciones estacionarias del motor girando a 980cpm si se desprecia en el cálculo tanto el amortiguamiento en los tacos como en la viga.
iv) Determine la amplitud de las vibraciones estacionarias del motor girando a $\Omega = \omega_n$ para el caso en que se considera el amortiguamiento y cuando no se considera el amortiguamiento
v) Fundamente porqué los resultados en iii) comparados con ii); y los obtenidos en iv) eran los esperados.

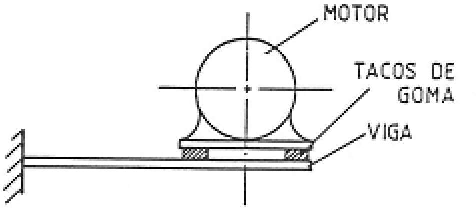


FIG. Problema 1.5

Resp: i) $40\ddot{x} + 164.4\,\dot{x} + 43.556\,x = 21\ sen\ 102.6\ t$

i i) 55.5 μm ; iii) 55.6 μm ; iv) 3,9 mm vs infinito.

1.13 La figura muestra un motor eléctrico de masa **m** montado en una viga de rigidez **k** y amortiguamiento y masa despreciable. Para disminuir las vibraciones los asesores propusieron:

Asesor A: utilizar la alternativa ①

Asesor B: utilizar la alternativa ②

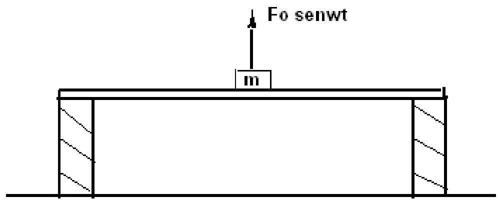
Asesor C: aumentar la masa de la máquina al doble
Asesor D: agregar amortiguamiento a la viga (ver figura), $\xi = 0.3$

i) Determine las frecuencias con que vibra libremente el sistema bajo las 4 alternativas A, B, C y D

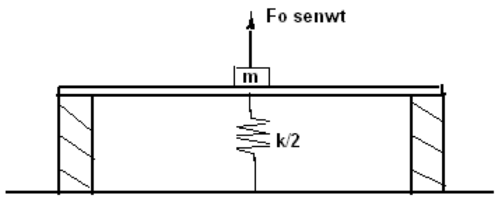
ii) explique sin utilizar ecuaciones (puede usar un gráfico) cuál de las alternativas utilizaría para disminuir las vibraciones estacionarias provenientes de la fuerza Fo sen Ωt generada por la máquina, para los siguientes casos:
I: $\Omega = 0.4w_n$
II: $\Omega = w_n$
III: $\Omega = 2\ w_n$

iii) explique qué solución (A, B, C, D, u otra) utilizaría si la máquina es de velocidad variable entre 0 y 10 w_n

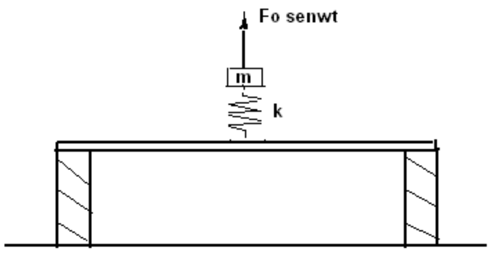
Resp: i) A , B, C y D: $1.22\sqrt{k/m}$, $0.5\sqrt{k/m}$, $0.707\sqrt{k/m}$,$0.95\sqrt{k/m}$
ii) Caso I : A es la única alternativa
Caso II : todas son alternativas. La más barata es A, la más cara D
Caso III : C es la única alternativa
iii) Solución D

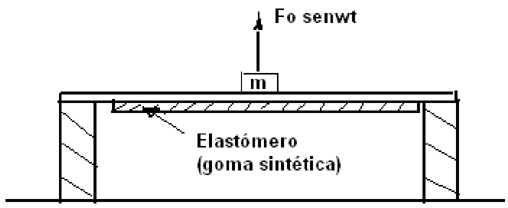


①



②





Elastómero pegado (vulcanizado a la viga)

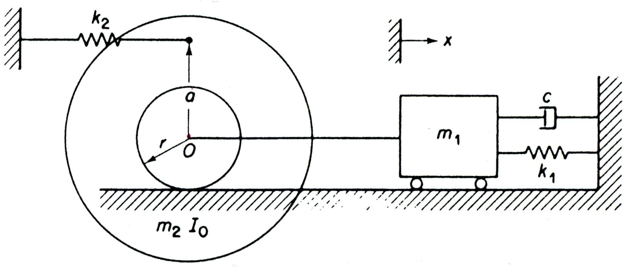
1.14. Para el sistema mostrado en la figura el cilindro rueda sin deslizar.

a) Determine las ecuaciones del movimiento para pequeñas oscilaciones utilizando las ecuaciones de Lagrange.

b) **Si $m_1 = m_2$ =10kg, r = 0.1 m, a = 0.2m, Io = 0.1 kg·m^2, k1 = 3.000N/m, $k_2 = 10^3$N/m** Determine el valor máximo de c para que no se produzcan vibraciones libres.

c) Para c=0. Determine x(t) total, si al cilindro se le aplica una cupla de momento **M(t) = 10 sen 10t N·m,** cuando **x(0) = v(0) = 0**

d) Determine la fuerza máxima sobre el resorte $\mathbf{k_1}$



Resp: a) $30\ddot{x} + c\dot{x} + 12.000x = 0$; b)1200 (N/m/s);

c) x(t) = -5.55 sen20t + 11.1 sen10t mm d) 40.2(N)

1.15 La figura muestra el ensayo realizado en un laboratorio. Viga articulada en **0** y apoyada en **2** en un resorte. Tiene incorporado un motor **1** y un sensor de vibraciones en **3**. El motor tiene una masa desbalanceada m_o a una distancia r_o.

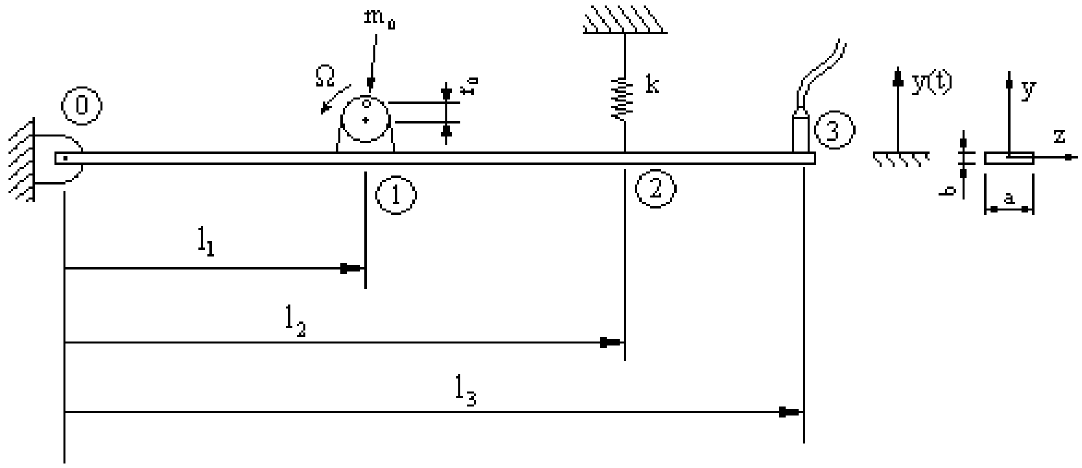
a) Dibuje detalladamente el diagrama de cuerpo libre del sistema viga/motor

b) Escriba las ecuaciones del movimiento cuando el motor está girando utilizando como coordenada el desplazamiento vertical y(t) del punto 3

c) Si: **M** = masa motor = 5 Kg ; **mb** = masa barra = 2 Kg.; **mr** = masa del resorte = despreciable ; **ms** = masa del sensor de vibraciones = 500 grs; **k** = 100.000 N/m ; L_1 = 40 cm; $\mathbf{L_2}$ = 60 cm; $\mathbf{L_3}$ = 80 cm; $\mathbf{J_0}$ = momento de inercia de la barra respecto a O = 0.8 kg m$^{2;}$ $\mathbf{m_0}$ = masa desbalanceada del rotor del motor = 50 grs; $\mathbf{r_0}$ = 3 cm; $\boldsymbol{\xi}$ = 0.1
Determine el periodo de las vibraciones libres

d) El motor funciona normalmente a 3770 cpm. Las normas de severidad de vibraciones en máquinas especifican que las vibraciones estacionarias en el motor no pueden superar los 10 mm/s, valor RMS ¿se cumple la normativa?

e) Determine numéricamente si el sistema es estable o inestable. ¿Cree que vería eso en el laboratorio? Explique en base a qué responde lo anterior.



Resp:

b) $$I_0/l_3\ \ddot{y}_3 + c\dot{y}_3 + k\frac{l_2^2}{l_3}\, y_3 = F_c sen\Omega t \cdot l_1 + F_c cos\Omega t \cdot a_0$$

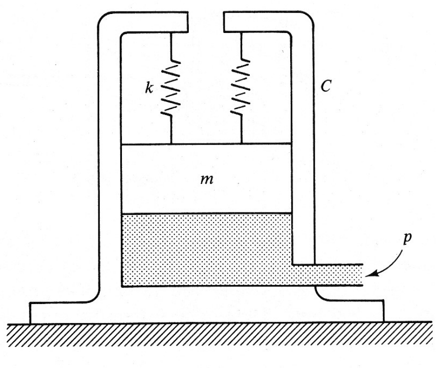
c) 0.046 s

d) si, pues V_{RMS} = 9.62 mm/s

e) r_1 , r_2 = -13.68 ± 136.2j . Estable, pues -13.68 ≤ 0 . Si pues al sacarlo de su posición de reposo volvía a ella.

1.16. Un tipo de excitador vibratorio consiste de un cilindro **c** (de sección transversal **A**), un pistón de masa **m** y dos resortes de rigidez **k** cada uno, como se muestra en la figura. Un fluido llena la parte baja, el cual está bajo una presión fluctuante **p = po cos wt**.

a) dibuje los diagramas de cuerpo libre de la masa m y del cilindro
b) determine la ecuación del movimiento estacionario de la masa m
c) determine la fuerza que actúa sobre la base, desprecie el amortiguamiento.



Resp : b) $x(t) = p_0 A \cos wt /(2k-mw^2)$
c) $poA (1- 2k/(2k-mw^2)) \cos wt$

1.17 La figura 1 muestra un esquema de un sistema de un carro de un fotocopiador. Las barras de longitud **l = 1.0(m)**, son rígidas y su masa ha sido reemplazada por **2** masas equivalentes, una de valor **m** en el pasador y otra incorporada dentro del valor de **M.** En la configuración mostrada, **θ = 60º**, es la posición de equilibrio del sistema (resorte sin deformar). Si **m = 0.1(kg); M = 1(kg)**; **k = 36.000(N/m)** y el plano del movimiento es horizontal.

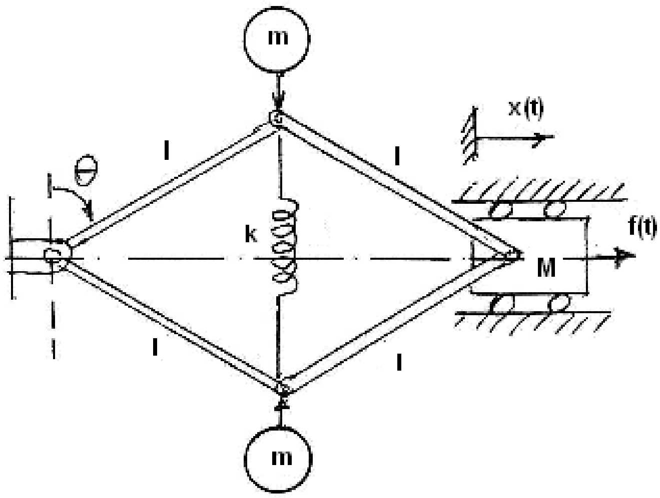
a) Determine las ecuaciones del movimiento del sistema utilizando la segunda ley de Newton y las ecuaciones de Lagrange cuando actúa una fuerza **f(t)** en la dirección **x**. Desprecie el amortiguamiento.

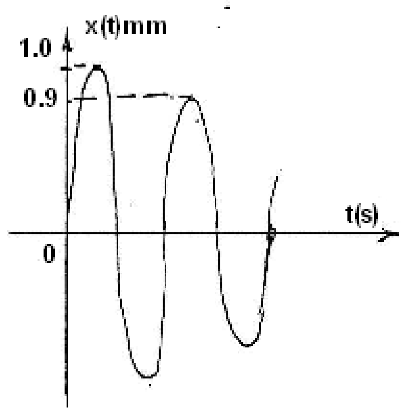
b) Para considerar el amortiguamiento del sistema, se efectuó un ensayo de vibraciones libres cuyos resultados se muestran en la figura. Determine la fuerza máxima que actúa sobre el resorte. Considere solo las vibraciones estacionarias f(t) = 400 sen 85t.

Rpta:

a) $(M + 2m)\ddot{x} + 3kx = f(t)$

b) 502 N





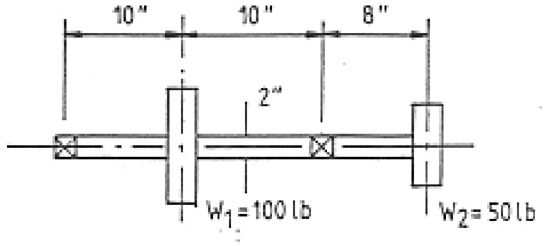
1.18. i) ¿Qué utilidad tiene conocer H(f)?

ii) Para un sistema lineal hipotético, el módulo y fase de la función flexibilidad es constante (independiente de f) y vale 3 y 20º respectivamente. Si la fuerza sobre el sistema es f(t) = 10 sen (10t + 20º) + 20 sen 30t, determine su desplazamiento estacionario.

Rpta.: x(t) = 30 sen (10t + 40º) + 60 sen (30t + 20º)

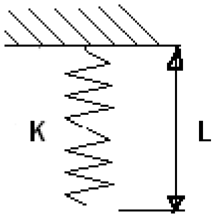
1.19 Despreciando la masa del eje, determine la primera velocidad crítica utilizando el método de Rayleigh.

Resp: 490 rad/s



1.20. Use el método de Rayleigh para determinar w_1 del resorte de la figura. Largo L, masa m y constante de rigidez k.

Rpta.: $w_1^2 = \dfrac{3k}{m}$



1.21. Un ventilador que está montado en el centro de un eje entre dos rodamientos gira a 1185cpm(124,1 rad/seg). Está soportado en rodamiento de rigidez 25000lb/plg (4.38 x 10^6 N/m) cada uno. El impulsor, el cual pesa 1000lb (454Kg), tiene un eje de 4"(0,1016m) de diámetro, con una distancia entre descansos de 100"(2,54m).

a) determina la frecuencia natural de vibrar

b) ¿Qué vibración es esperada para el ventilador si su desbalanceamiento es 3.2 in-oz (2.3x 10^{-3} Kg m)?. Desprecie en los cálculos la masa del eje.

(1 onza = 28,3gr, E = 2.1 x 10^{11} N/m^2, 1lb = 0.454kg, 1mils=2.54μm)

Resp: a) 70.24 rad/seg ; b) D_{pp} = 0.6mils