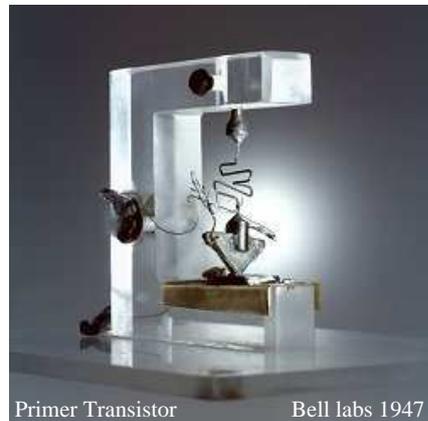


ME55A
Fundamentos de Control de Sistemas



R. H. Hernández Pellicer
Depto. Ing. Mecánica *f* Universidad de Chile

Índice general

1. Introducción	7
1.1. Reseña histórica	8
1.2. Algunas definiciones	10
1.3. Diagramas de bloque	14
2. Métodos y Técnicas de Tratamiento de Señales	17
2.1. Distribuciones	17
2.1.1. Definición	18
2.1.2. Función δ de Dirac	19
2.1.3. Propiedades de la Función de Dirac	20
2.1.4. Peine de Dirac	22
2.2. Sistemas Lineales e Invariantes en el Tiempo	25
2.2.1. Definición	25
2.2.2. Respuesta Impulsional	26
2.2.3. Funciones propias	26
2.3. Función de Transferencia	27
2.3.1. Definición	27
2.3.2. Medición de la Función de Transferencia	27
2.4. Sistemas Muestreados (Discretos)	32
2.4.1. Muestreo de señales	33
2.4.2. Definición de sistemas muestreados	33
2.4.3. Respuesta Impulsional	33
2.4.4. Ecuación de Diferencias	34
2.5. Transformación de Señales	36
2.5.1. Transformada de Fourier	36
2.5.2. Transformada de Laplace	52
2.6. Transformación de Señales a Tiempo Discreto	59

2.6.1.	La Transformada en Z (TZ)	59
2.6.2.	Transformada en frecuencias Reducidas, (TR)	60
2.6.3.	Algunos ejemplos	62
2.6.4.	Problemas Propuestos	64
3.	Modelos y Respuesta Dinámica	69
3.1.	Sistemas Dinámicos	69
3.1.1.	Mecánicos	70
3.1.2.	Eléctricos	73
3.1.3.	Electromecánicos	76
3.1.4.	Fluidos	79
3.2.	Linealización	80
3.2.1.	Formulas generales	81
3.2.2.	Expansión en Serie de Taylor	82
3.3.	Respuesta Dinámica	83
3.3.1.	Regla de Mason	83
3.3.2.	Respuesta Transiente	85
3.3.3.	Respuesta en Sistemas de Segundo Orden	88
3.3.4.	Sistemas de Segundo Orden	91
3.3.5.	Especificación en el Dominio Temporal	93
3.3.6.	Efecto de Ceros y Polos Adicionales	97
3.3.7.	Expansión en Fracciones Parciales	99
4.	Principios Básicos de Retro-Alimentación	101
4.1.	Caso de Estudio: Motor DC	103
4.2.	Propiedades Generales de la Retro-Alimentación	109
4.3.	Tipos de Retro-Alimentación	111
4.3.1.	RA Proporcional (P)	111
4.3.2.	RA Integral (I)	113
4.3.3.	RA Derivativa (D)	113
4.3.4.	Retro-alimentación PID	114
4.3.5.	Ajuste de un controlador PID	116
4.4.	Estabilidad	119
4.4.1.	Estabilidad BIBO	119
4.4.2.	Criterio de estabilidad de Routh	120

5. Métodos de Diseño	125
5.1. Lugar geométrico de Las Raíces (LGR)	125
5.1.1. Midamos la fase de $G(s)$	129
5.1.2. Selección de Ganancia con LGR	137
5.1.3. Compensación dinámica	139
5.2. Respuesta en Frecuencia	145
5.2.1. Régimen estacionario	147
5.2.2. Gráficos de Bode	148
5.2.3. Especificaciones de diseño	154
5.2.4. Estabilidad: Margen de Ganancia y Fase	155
5.3. Estabilidad	158
5.3.1. Criterio de Nyquist	158
5.3.2. Análisis de Estabilidad	166
6. Instrumentación	169
6.1. El tubo Pitot	169
6.1.1. Funcionamiento	170
6.1.2. Medidas multidimensionales	172
6.1.3. Fuentes de error en las medidas con el tubo Pitot	173
6.1.4. Tipos de sensores	175
6.2. Anemómetros Térmicos	180
6.2.1. Funcionamiento	180
6.2.2. Medidas multidimensionales	186
6.2.3. Fuentes de error en las medidas del CTA	190
6.2.4. Tipos de sensores	194
6.3. Anemometría Laser Doppler	198
6.3.1. Funcionamiento	198
6.3.2. Medidas multidimensionales	204
6.3.3. Fuentes de error en la LDV	204
6.3.4. Tipos de sensores	205
6.4. Comparación entre métodos de medición de velocidad	205
7. Bibliografía	209

Capítulo 6

Instrumentación

Presentamos los conceptos de la instrumentación a través del funcionamiento de distintas técnicas de medición de velocidad en fluidos [12].

Mediciones a través de diferencias de presión (representadas principalmente por el tubo Pitot), anemómetros térmicos, los anemómetros Laser Doppler, y la técnica PIV serán el objeto principal de esta descripción.

La idea es explicar diversas técnicas y el fundamento físico que usan para resolver el problema de medición de velocidad en la mecánica de fluidos. Posteriormente, se especificarán aquellos criterios que permiten discriminar entre el mejor o peor desempeño de cada uno de ellos frente a diversas situaciones.

6.1. El tubo Pitot

Para poder conocer la velocidad con la que se mueve un fluido existen variadas técnicas. Dentro de éstas, lo que se busca es aplicar alguna ley física en la que se pueda medir alguna variable de fácil adquisición, de tal forma que se pueda deducir la velocidad del fluido, utilizando un adecuado post-procesamiento de los datos (medidas indirectas de velocidad).

Un ejemplo de la metodología descrita es la deducción de la velocidad de un fluido, mediante la medición de la diferencia de presión entre dos puntos.

El tubo Pitot es uno de los instrumentos que hacen uso de esta técnica indirecta. A pesar de ser altamente intrusivo, el tubo Pitot sigue siendo utilizado en los laboratorios de mecánica de fluidos, gracias a su facilidad de manejo y a lo simple que resulta entender su funcionamiento.

6.1.1. Funcionamiento

Para poder explicar el funcionamiento del tubo Pitot, tal como ocurre en la mayoría de las situaciones experimentales, es necesario establecer ciertas restricciones sobre el comportamiento del fluido que se va a medir. Así se puede simplificar la aplicación de las leyes físicas que participan en el modelo.

El caso más simple que se puede abordar para medir diferencias de presión, corresponde a un fluido laminar uni-dimensional, en que la viscosidad puede ser ignorada, y donde las presiones y velocidades están alineadas con el sentido de movimiento del flujo. La situación se muestra en la figura 6.1, donde el instrumento de medición corresponde a un tubo Pitot.

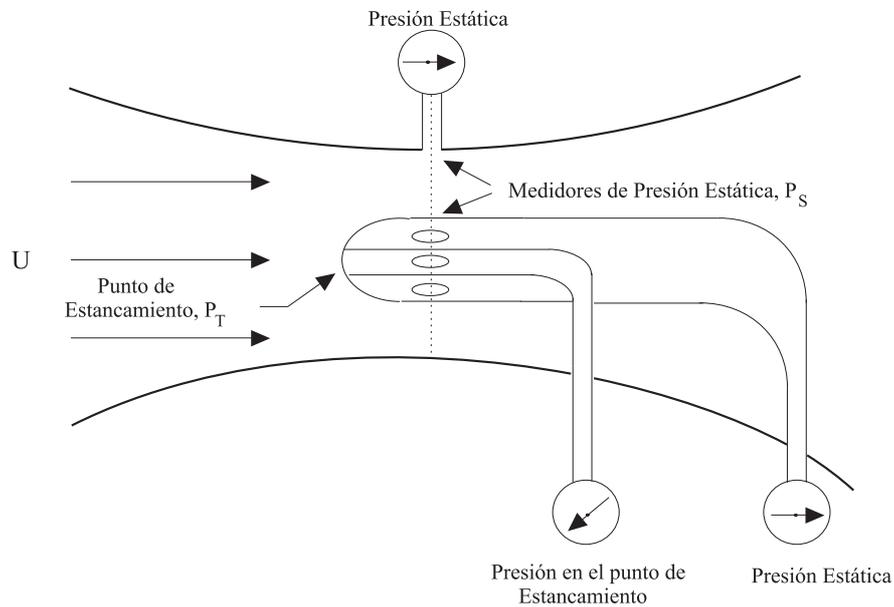


Figura 6.1: *Instalación típica de un tubo Pitot dentro de un ducto. El tubo Pitot combina la medida de la presión total P_T y de la presión estática P_S en un sólo instrumento.*

Para estos casos, basta aplicar la ecuación de Bernoulli entre los puntos 1 y 2 (ecuación 6.1):

$$P_T = P_s + \frac{1}{2} \cdot \rho_0 \cdot U^2 \quad (6.1)$$

En la ecuación anterior se ha supuesto que la velocidad en el punto 1 (lugar del impacto del fluido) es cero (punto de estancamiento, lugar donde la energía de velocidad es energía de presión).

Luego, midiendo la diferencia de la presión entre el punto 1 (P_T) y el punto 2 (P_S), se puede obtener la velocidad U en el punto 2.

$$U = \sqrt{\frac{2 \cdot (P_T - P_S)}{\rho_0}} \quad (6.2)$$

Donde ρ_0 es la densidad del fluido.

Al aplicar este método suele usarse el promedio en el tiempo de los datos obtenidos (i.e. el promedio de la medida de presión tanto en el punto 1 como en el 2), para dar un carácter estacionario a las medidas. Además se supone que el resto de las variables del fluido (composición, temperatura, etc.) se mantienen intactas.

En el análisis anterior, no se ha considerado la influencia que tiene el tubo Pitot sobre el comportamiento del fluido. Se ha supuesto que la presión en el punto 2 corresponde a la presión que tiene el fluido en una situación normal. Esto no corresponde a la realidad, puesto que el tubo Pitot ha alterado el campo de presiones alrededor de él.

Una forma de soslayar este problema, es mediante el uso de combinaciones de tubos de Pitot estáticos. Esto puede resultar útil para ciertas aplicaciones, pero igualmente se generan distorsiones en las medidas. Una combinación de tubos Pitot se muestra en la figura 6.2.

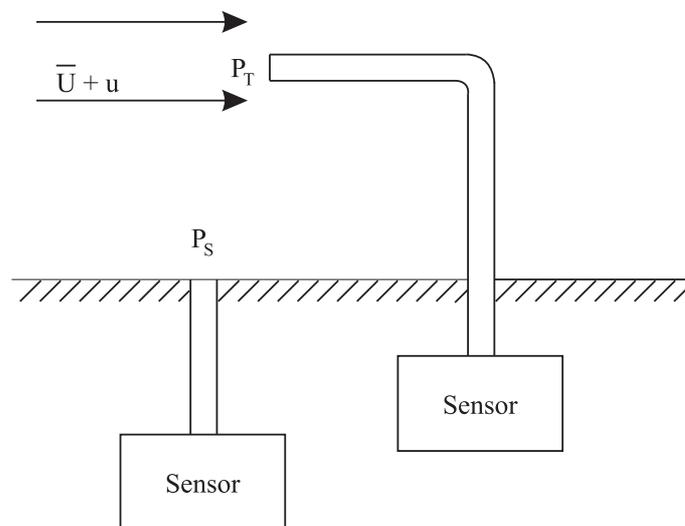


Figura 6.2: Dos tubos Pitot que se encargan de medir en forma separada la presión P_S y la presión P_T .

En aquellos casos en que las mediciones de presión deban hacerse sobre un flujo con cierto grado de turbulencia, es necesario generalizar el caso descrito por la ecuación 6.1. Para ello se utiliza la ecuación de Euler, que trata un flujo en dos dimensiones, cuya componente de velocidad tiene una

parte continua y variable $U = \langle U \rangle + u$ [8]. Como en el caso anterior, se supone que el tubo Pitot se encuentra alineado con la dirección principal del flujo, por lo que la variable U no es considerada como un vector.

Restringiendo la intensidad de turbulencia a menos de un 20%, y suponiendo una turbulencia constante de carácter isotrópico, es posible deducir el valor de la intensidad de turbulencia (ecuación ??), a partir de las mediciones de presión que puedan hacerse con un tubo Pitot como el de la figura 6.1 [8].

6.1.2. Medidas multidimensionales

Hasta ahora se ha considerado que el flujo es uni-dimensional y que el tubo Pitot se encuentra alineado con la dirección del flujo. Estas suposiciones permiten una relación directa entre el módulo de la velocidad, que se obtiene a partir de las medidas de la presión, y el vector velocidad correspondiente.

Sin embargo, cuando se necesitan todas las componentes x, y, z de la velocidad ya sea por precisión en las medidas o por que no se conoce a priori la dirección del flujo, se recurre a tubos Pitot que tienen una serie de sensores en lugar de uno, en el punto en que se mide la presión total (figura 6.3).

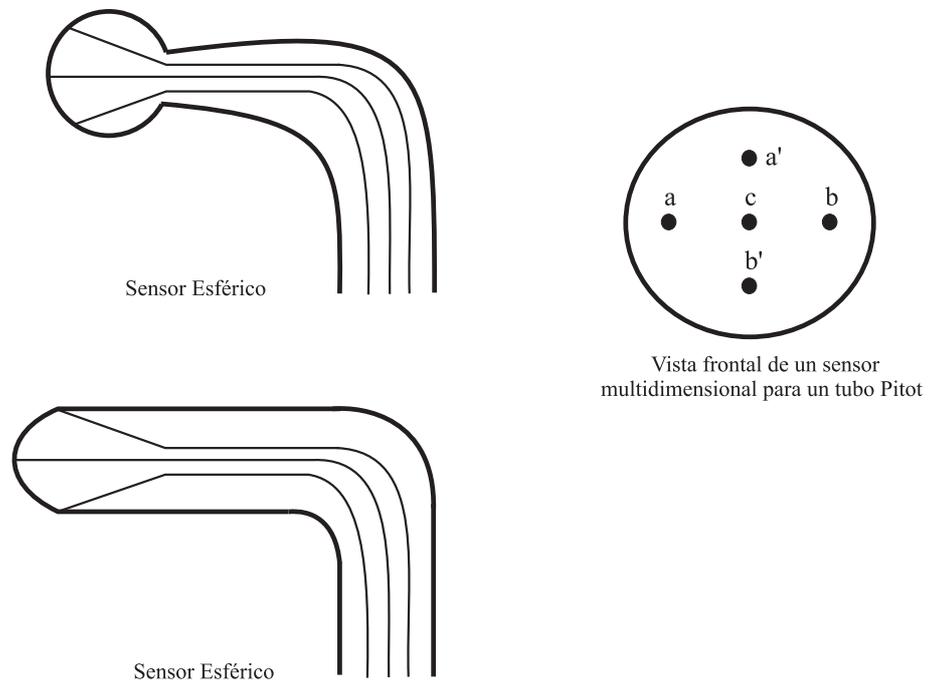


Figura 6.3: Algunos sensores para medidas multidimensionales mediante tubos Pitot.

Gracias a las medidas que se obtienen pueden deducirse todas las componentes x, y, z de la presión, de manera que el resultado puede extenderse para la velocidad [8].

6.1.3. Fuentes de error en las medidas con el tubo Pitot

Dentro del significado de las lecturas que pueden obtenerse con el tubo Pitot, es necesario tener en cuenta, a priori, cuáles son los errores de carácter físico que se presentan.

Para una medida en un flujo estacionario pueden considerarse las siguientes fuentes de error:

1. *Errores de Alineación.* Cuando el tubo Pitot no está alineado con respecto a la dirección del flujo, aparecen componentes de velocidad paralelas y perpendiculares en el lugar en que están los sensores que miden la presión. Esta clase de errores, sin embargo, pueden despreciarse para ángulos de desalineación pequeños (15°), pues todas las medidas serán afectadas en una magnitud similar, por lo que el error será eliminado al deducir la diferencia de presión relevante para obtener la velocidad (i.e. el error en P_T y en P_S se puede ignorar al realizar $(P_T - P_S)$, necesario para la ecuación 6.2)
2. *Errores de Turbulencia.* Tal como puede suponerse, cuando el fluido es turbulento aparecen parámetros difíciles de modelar en las expresiones de la velocidad y de la presión. Esto se traduce en errores de las medidas de P_T y de P_S , que pueden despreciarse siempre que la componente en la dirección del flujo de estas magnitudes sea mucho mayor que la componente transversal, que aparece cuando hay turbulencia.

Lo anterior muestra que el tubo Pitot no es adecuado para medir fluidos con un alto grado de turbulencia (en la práctica superiores al 20 %).

3. *Efectos de la proximidad de paredes.* Cuando se realizan medidas cerca de una pared, las líneas de flujo se deflecan por la interacción tubo Pitot - Pared. Una regla práctica establece que este error puede despreciarse cuando la distancia desde el eje de la prueba (que describe al tubo Pitot) al muro es mayor que dos veces el diámetro del sensor.

Para el caso de un sensor como el de la figura 6.3, la distancia necesaria para evitar esta clase de error debe ser mayor que cuatro veces el diámetro.

4. *Geometría de los orificios del Tubo Pitot.* Para impedir que la geometría de los orificios introduzcan error, hay que asegurar que tengan un diámetro menor a 0,25 [mm] y que sean

perfectamente perpendiculares a la superficie en que se encuentran. Así se impiden las distorsiones que se inducen en el fluido al momento del choque con la prueba (punto P_T , de la figura 2), y se evita que aparezcan componentes en direcciones distintas a la del flujo.

5. *Geometría del tubo Pitot.* La forma que tiene la "nariz" de la prueba que compone el Tubo Pitot (punto en el que choca el flujo con el tubo en la figura 6.1), tiende a influir en los gradientes de presión que pueden medirse. Para evitar que este efecto altere demasiado las medidas de la magnitud P_S , se recomienda que el punto de medida de P_T de la figura 6.1, se ubique a una distancia 4 o 5 veces el diámetro del sensor, contando desde la punta de la "nariz" del sensor.
6. *Influencia de los soportes del sensor.* Tal como la geometría del tubo Pitot altera las medidas, los soportes que lo mantienen provocan una alteración en el campo de presión que se va a medir. Para un error cercano al 2 por ciento de la magnitud $1/2 \cdot \rho_0 \cdot U^2$ en una prueba cilíndrica con los soportes perpendiculares a ella, se recomienda situar los soportes a una distancia de 5 veces el diámetro que estos tienen, contada desde la "nariz" de éste.
7. *Tamaño del tubo Pitot.* Claramente, el tamaño del tubo Pitot se relaciona directamente con la distorsión dentro del comportamiento normal del flujo. Generalmente se usan tubos Pitot cilíndricos de diámetro igual a 3 [mm]

Para una medida en un flujo variable en el tiempo es importante considerar los siguientes factores de error:

1. *Errores debido a la Resolución Espacial.* Este punto representa la mayor limitación de las medidas en flujos variables en el tiempo. Cualitativamente hablando, se debe optar entre un instrumento de pequeño tamaño, con buena resolución espacial y respuesta en frecuencia, o un instrumento de mayor tamaño, con peor resolución espacial y respuesta en frecuencia, pero con mayor sensibilidad.

El error debido a la resolución espacial puede interpretarse como el efecto que tiene un filtraje pasa-bajas sobre un sistema. Así, para un transductor puntual, puede encontrarse una expresión analítica de la fracción entre el espectro de frecuencia medido con respecto al verdadero [8]. En general, mientras más turbulento es el fluido, mayor es la diferencia entre el valor real y medido.

2. *Interferencia aerodinámica.* Al igual que para el caso estacionario, la forma del sensor que se utilice para las medidas puede inducir a errores entre el valor medido y el real.

Sin embargo, para el caso dinámico, las diferencias se hacen apreciables. Existen fabricantes que se preocupan de producir sensores con formas aerodinámicas, de manera de disminuir la distorsión por la forma del sensor.

3. *Reflección acústica.* Cuando se trabaja con señales con frecuencias en el rango del sonido, es común que en la superficie del sensor ocurra un fenómeno de reflexión de las ondas incidentes. Esto se traduce en que la presión percibida sea mayor que la presión real. Este aumento en la medida es función solo de la razón entre el diámetro del transductor utilizado (que en general es un micrófono circular) y la longitud de onda de las frecuencias involucradas en el comportamiento del fluido.

6.1.4. Tipos de sensores

Respecto a los transductores de presión involucrados en las mediciones con el tubo Pitot (i.e. la interfaz física que permite realmente obtener una medida de presión), hay que mencionar que estos se dividen en dos tipos: aquellos para medir presiones en flujos en régimen estacionario y otros con señales variables en el tiempo.

Los transductores que miden presiones en un flujo en régimen estacionario pueden estar compuestos por tres tipos de dispositivos: Capacitivos, Piezoeléctricos o *Strain-gage*.

Los dispositivos de capacitancia basan su funcionamiento en el cambio que experimenta la capacidad de un condensador compuesto por un par de membranas flexibles. Cuando se ejerce una presión P en una de estas membranas, la distancia de separación $X_0(t)$ cambia, con la consiguiente variación en la capacidad.

Un ejemplo de esta clase de transductores son los *micrófonos condensadores* que son principalmente usados para medir presiones en líquidos (figura 6.4).

Gracias a la aplicación de un voltaje E_0 constante entre las dos membranas, un cambio en la capacidad del sistema se traduce en variaciones de voltaje, que pueden ser fácilmente amplificadas y procesadas.

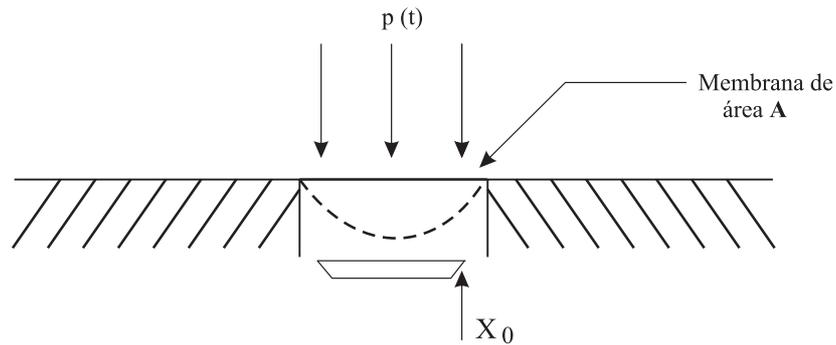


Figura 6.4: Un ejemplo típico de los sensores de capacitancia son los micrófonos condensadores. En la figura, la superficie del micrófono queda representada por la membrana de área A .

Los micrófonos condensadores generalmente son capaces de seguir fluctuaciones de presión que están entre los 20 Hz y 5 KHz para un transductor de una pulgada de diámetro, pudiendo aumentarse al doble el límite superior dividiendo por la mitad el diámetro.

Los dispositivos Piezoeléctricos, por su parte, basan su funcionamiento en materiales cristalinos que, cuando son deformados, producen un campo eléctrico proporcional a la deformación. El cuarzo, la sal de Rochelle, el titanato de Bario, son algunos ejemplos de estos materiales, que para mediciones de presión, se cubren con superficies metálicas, elementos aislantes y con cemento conductor (figura 6.5).

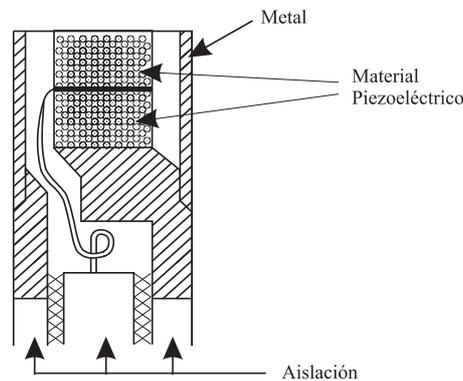


Figura 6.5: Arreglo típico de un sensor piezoeléctrico, hecho con discos cerámicos. Se observa el uso de dos cristales puestos uno encima de otro, con sus polaridades piezoeléctricas invertidas, para aumentar la sensibilidad del sensor frente a los cambios de presión.

Por último, los dispositivos especificados como *Strain-gage*, tienen un funcionamiento que se

basa en la deformación de una membrana flexible. Esta deformación es transmitida directamente a una resistencia de características especiales, pues debe ser capaz de transformar ese esfuerzo que se ejerce sobre ella (Strain) en un cambio en su resistencia (figura 6.6). Tal como los anemómetros térmicos, la variación que experimenta la resistencia es procesado gracias a un puente de Wheastone, de modo que la presión a la que es expuesta la membrana se transforma en una medida (Gage) de voltaje.

La respuesta en frecuencia de esta clase de dispositivos está entre los 0 y 5000 Hz.

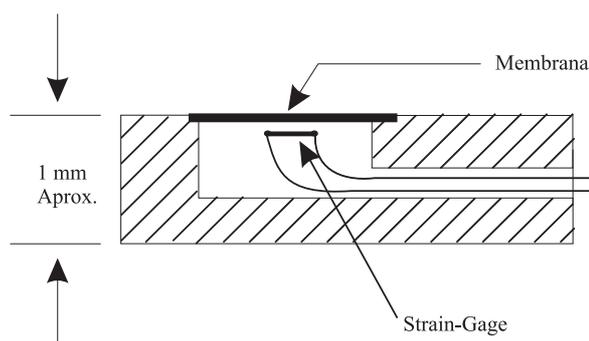


Figura 6.6: Esquema de un sensor tipo Strain Gage.

Para flujos cuyas características cambian en el tiempo (Presiones oscilatorias o transientes), hay que considerar nuevos factores que pueden alterar la medida de presión.

Tal como se hace para obtener la presión en flujos en régimen estacionario, las lecturas de presión P_T y P_S en régimen oscilatorio o transiente, se realiza mediante tubos de largo L , que transmiten la presión del sistema a los transductores.

El efecto que este tubo tiene al medir presiones estacionarias es nulo, pues el transductor representa una alta impedancia, de modo que la presión que este mide, es la misma que se encuentra en el sistema (i.e. al otro extremo del tubo).

Sin embargo, cuando se mide una presión variable en el tiempo, este tubo que une al sensor con el sistema se comporta como una línea de transmisión, capaz de filtrar las señales que pasan por él. Algunos ejemplos que ilustran esta situación son los sistemas de las figuras 6.7 y 6.8

El sistema de la figura 6.7, pretende medir la Presión P_T y P_S en cada uno de los extremos del

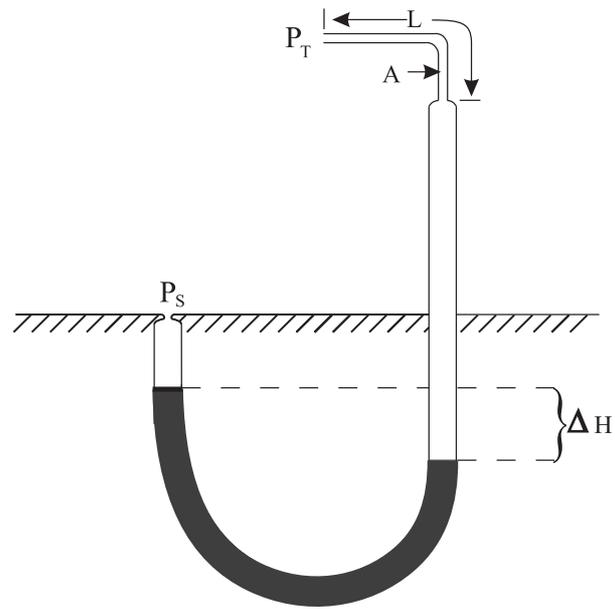


Figura 6.7: Un tubo Pitot que mide la presión total P_T y la presión estática P_S . La unión entre los puntos de medida P_T y P_S se hace mediante un simple tubo manómetro.

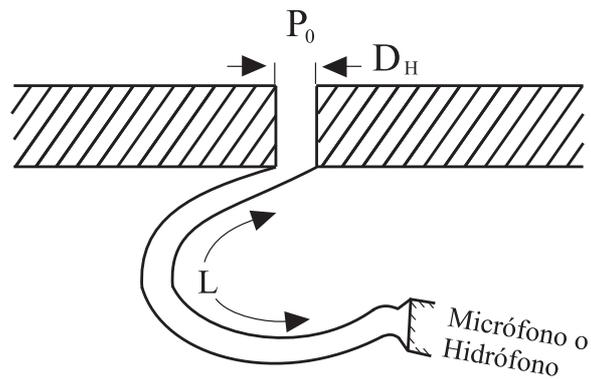


Figura 6.8: Un transductor de Pinhole con una línea de transmisión compuesta por un tubo de prueba.

tubo. Sin embargo, como lo muestra la práctica, la lectura que puede hacerse de P_T , está alterada por la sección de largo L indicada en la figura. El efecto que esta sección tiene puede modelarse como un filtro del tipo RC.

El filtro RC no sólo depende de las componentes del sistema de medida, sino que también, de las características del fluido.

El filtro RC afecta el tiempo de respuesta del sistema, llegando a ocasionar en algunos casos, un retardo considerable entre lo que ocurre en el sistema y lo que se mide.

Por su parte el transductor de la figura 6.8 se comporta como un oscilador lineal armónico. Esto significa, que para ciertas frecuencias, la presión $P_0(t)$ que se mide, llega amplificada al sensor al final del tubo (figura 6.9). El factor de amplificación depende de la masa y de la viscosidad del fluido.

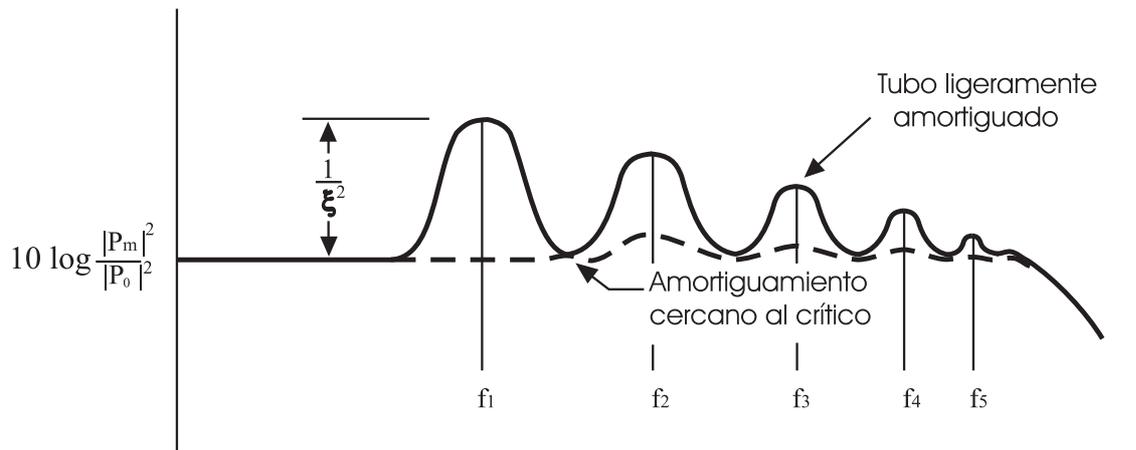


Figura 6.9: Respuesta típica de la presión medida por un tubo de transmisión con radio mayor que 1 mm, conectado a un micrófono condensador. ξ es el factor de amortiguamiento del tubo [kg m /rad]. P_0 es la presión del fluido en el punto de medida. P_m es la presión medida por el sensor al final del tubo (figura 6.8). f_1, f_2, f_3, f_4 y f_5 son las frecuencias de resonancia del tubo.

Para evitar los efectos de la resonancia, se suele usar algodón en el extremo abierto del tubo, de manera que se provoque un amortiguamiento crítico, y así evitar la amplificación de las medidas (línea punteada gráfico de la figura 6.9)

6.2. Anemómetros Térmicos

Los avances en la electrónica y en el procesamiento de datos han mejorado notablemente el desempeño de los anemómetros térmicos. En la actualidad los anemómetros térmicos son ampliamente utilizados, y presentan grandes ventajas frente a otras técnicas de medición de velocidad en fluidos.

A continuación se presentan las principales características de esta clase de instrumentos.

6.2.1. Funcionamiento

Los anemómetros térmicos miden la velocidad de un fluido, registrando los cambios térmicos que sufre un pequeño sensor metálico calentado eléctricamente por efecto Joule y expuesto al movimiento del fluido.

Un anemómetro térmico queda representado mediante la figura 6.10.

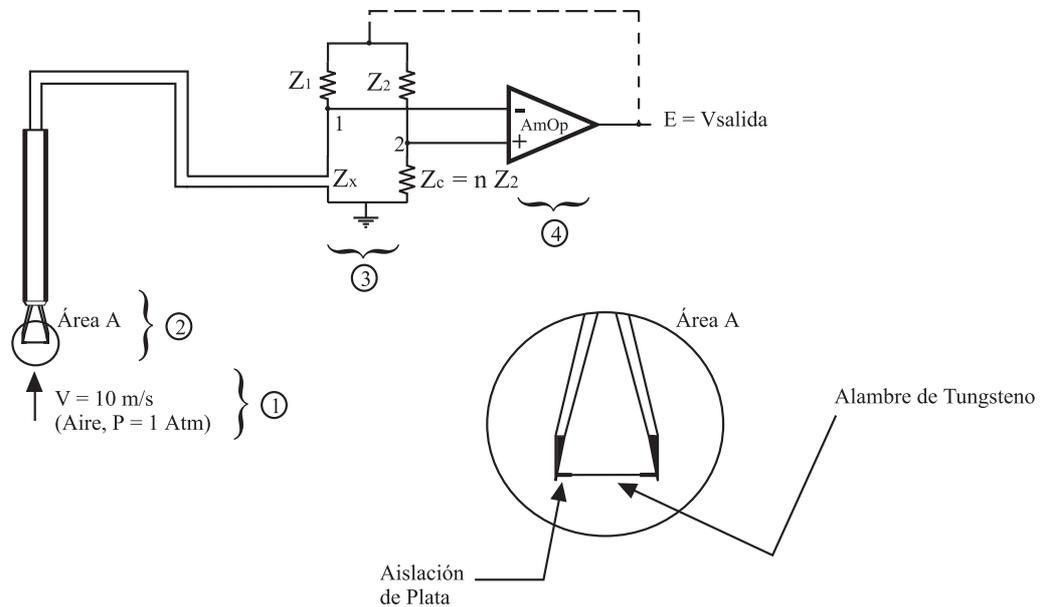


Figura 6.10: Elementos básicos de un anemómetro térmico o de hilo caliente. 1) Flujo (en este caso de aire). 2) Sensor. 3) Puente de Wheastone. 4) Amplificador operacional.

Dado que el sensor tiene asociada una temperatura de operación T_{op} , y existe una relación directa entre esta variable y la resistencia eléctrica de éste, un cambio en T_{op} puede interpretarse directamente como una variación en la resistencia del sensor.

Suponiendo una relación lineal entre la resistencia y la temperatura de la prueba [8], se tiene que:

$$R_x = R_r \cdot [1 + \alpha \cdot (T_{op} - T_r)] \quad (6.3)$$

Donde R_r es la resistencia del sensor a una temperatura de referencia T_r . T_{op} es la temperatura de operación media del sensor, que corresponde a la temperatura que el sensor tiene cuando está en operación, e interactúa con el fluido y con los soportes que lo mantienen. α es el coeficiente térmico de la resistencia ($\alpha > 0$).

En general el valor T_r corresponde a la temperatura del fluido T_f , al cual se le va a medir la velocidad.

El valor α es crítico, pues es el que determina la sensibilidad con la que los cambios de temperatura serán expresados en valores de resistencia. En general, para temperaturas muy altas el valor de α depende de la temperatura de operación usada, con lo cual $\alpha = \alpha(T)$ (comportamiento no-lineal).

Tal como muestra la figura 6.10, luego que el sensor experimenta un cambio de temperatura, las variaciones en su resistencia son convertidas en señales de voltaje mediante un puente de Wheastone [8]. Las condiciones bajo las cuales se hace esta operación, determinan dos tipos de anemómetros térmicos: uno a corriente constante y el otro a temperatura constante (en inglés CTA, Constant Temperature Anemometer)

El funcionamiento del anemómetro a corriente constante, puede resumirse en los siguientes pasos:

1. Se comienza inyectando corriente al puente de Wheastone hasta que se alcance una corriente predeterminada I_{op} en el sensor. Con esta acción, también se llega a un voltaje de operación entre los puntos 1 y 2 (figura 6.10).
2. La corriente que circula por el sensor provoca que este alcance una temperatura T_{op} , debido al efecto Joule. En general T_{op} es mucho más alta que la temperatura del fluido que se va a sensar.
3. Cuando el fluido entra en contacto con el sensor, comienza un intercambio de calor, que se traduce en un cambio en T_{op} y, por lo tanto, en la resistencia del sensor.
4. La variación de la resistencia del sensor ΔR provoca un desbalance en el puente de Wheastone.

5. Para el anemómetro a corriente cte., el desbalance en el puente de Wheastone no provoca cambios en I_{op} , pues la magnitud ΔR es despreciable frente a la resistencia que va en serie con el sensor.
6. El cambio ΔR hace variar el voltaje entre los puntos 1 y 2 del puente de Wheastone (figura 6.10).
7. La variación de voltaje es amplificada por un amplificador operacional.
8. Las diferencias de voltaje se procesan, de manera que se deduzca la velocidad con la que va el fluido en el punto en el cual esta puesto el sensor (etapa de calibración del anemómetro).

Algunos detalles importantes en el funcionamiento del anemómetro a corriente cte., son:

- (a) No existe preocupación por T_{op} , que puede variar entre los rangos que determine la transferencia de calor entre el sensor y el fluido (en general estos rangos son conocidos antes de realizar la experiencia).
- (b) No hay un lazo de realimentación entre la salida del amplificador diferencial y el puente de Wheastone. Esto gracias a que la corriente I_{op} se controla mediante el diseño a priori del Puente.
- (c) El amplificador operacional que se usa para aumentar la magnitud del voltaje del puente debe tener una característica no-lineal. Esto debido a que la forma de control que tiene el anemómetro a corriente constante es tan limitada, que no permite medir flujos en los que las variaciones de velocidad superen los 500 Hz. Por esto, se compensa la no-linealidad de la respuesta del sensor frente a la frecuencia, con una no-linealidad inversa del amplificador (figura 6.11)[11]

Gracias a la compensación, es posible que esta clase de anemómetros puedan medir fluctuaciones de velocidad del orden de los kHz.

- (d) La gran desventaja del anemómetro a corriente constante, es que, si bien puede usarse un amplificador no-lineal para mejorar la respuesta en frecuencia, el comportamiento no-lineal del sensor no sólo depende de sus características, sino que también de las características del fluido (la figura 6.11 muestra las características del alambre de prueba para un fluido dado). Esto hace que el amplificador no-lineal deba ser constantemente ajustado, frente a cambios en el fluido a medir, o a cambios que pueda experimentar el coeficiente de transferencia de calor del fluido.

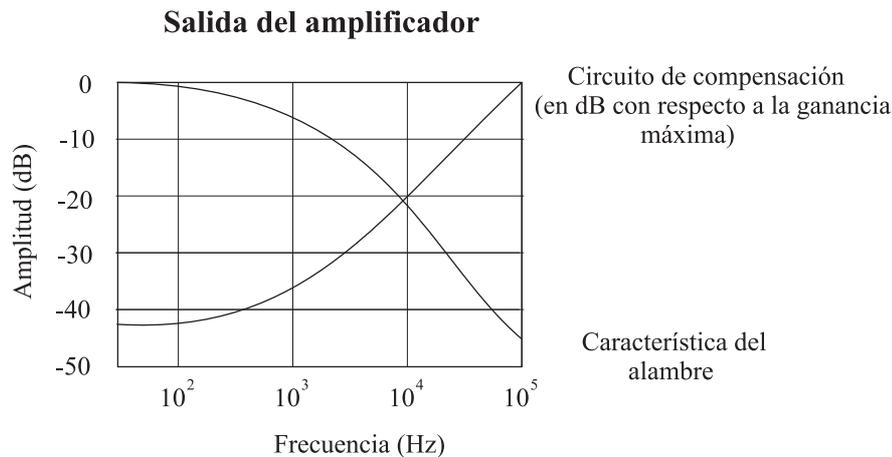


Figura 6.11: *Respuesta en frecuencia de un amplificador usado en un anemómetro a corriente constante.*

Ya que el ajuste del amplificador no es práctico para cambios rápidos en el fluido, el anemómetro de corriente constante es aplicable donde las fluctuaciones de velocidad son pequeñas frente a la velocidad media [11].

Para el caso del anemómetro a temperatura constante (CTA), es posible hacer un análisis similar al ya efectuado para el anemómetro a corriente constante:

1. Las primeras cuatro etapas mencionadas para el anemómetro a corriente constante son las mismas para el caso del CTA.
2. Una vez que el sensor ha cambiado su temperatura T_{op} y su resistencia ha variado en ΔR , se produce una diferencia de voltaje que es tomada por el amplificador operacional y llevada al sistema de procesamiento de datos.
3. Gracias al lazo de realimentación, el amplificador operacional no solo cumple con disminuir la magnitud del voltaje entre los puntos 1 y 2 (figura 6.10), sino que también se encarga de inyectar corriente al puente de Wheatstone, de manera que la resistencia del sensor recupere su valor original (figura 6.12).
4. Conseguir que $\Delta R \rightarrow 0$, es equivalente a que el sensor mantenga su valor original de temperatura T_{op} . El éxito de esta operación depende de la ganancia del amplificador usado; a mayor ganancia, mejor control (detalles en los capítulos 2 y 4).
5. Dado que la realimentación permite mantener siempre compensado el puente, la potencia que disipe el sensor estará dada por la expresión ($P = I_1^2 \cdot R_x$). R_x se mantiene constante en torno a un valor, e I_1 corriente inyectada al sensor.

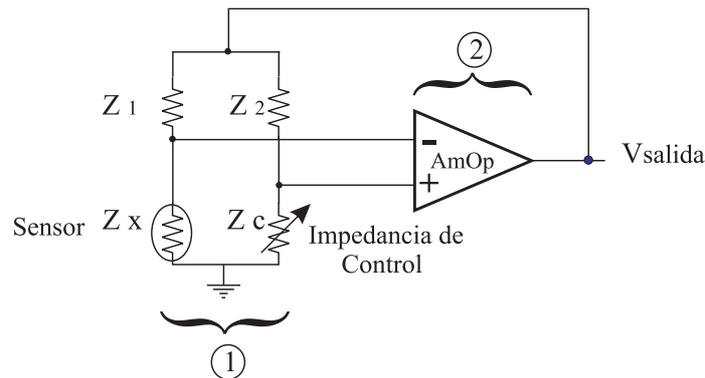


Figura 6.12: Esquema de la retroalimentación en el anemómetro a temperatura constante. 1) Puente de Wheastone. 2) Amplificador operacional.

Los detalles que están tras el funcionamiento del CTA, se traducen en ventajas comparativas entre este dispositivo y el anemómetro a corriente constante:

- (a) La razón señal a ruido es mayor, gracias a la realimentación on-line que se hace del sistema. Esto también se traduce en que el CTA es mucho más flexible.
- (b) El control que se logra en el CTA permite una respuesta en frecuencia mucho más amplia, eliminando la necesidad de ajustar para cada tipo de fluido algún elemento del sistema.
- (c) El CTA puede usar una gran variedad de sensores. En particular, este puede tratarse de un simple alambre o de un elemento cerámico cubierto de partículas metálicas (estos últimos se denominan sensores del tipo "film"). Para el anemómetro a corriente cte. es muy difícil trabajar con los sensores tipo "film", debido a que su sistema de control no permite compensar la compleja respuesta en frecuencia de estos sensores (figura 6.11).

Debido a las ventajas que tiene el CTA con el anemómetro a corriente constante, todos los análisis que se hagan a continuación serán con respecto al CTA.

Un aspecto que es importante dentro del funcionamiento del CTA se refiere al post-procesamiento que se hace de los datos. No hay que olvidar que el objetivo final es medir puntualmente la velocidad del fluido.

Para asociar el voltaje de salida del instrumento de medición con la velocidad del fluido, es necesario recurrir a los resultados teóricos de King [10] sobre convección sub-sónica. King elabora la ley que determina las características de la transferencia térmica para anemómetros, donde relaciona la

corriente I_1 que atraviesa el filamento con la velocidad local del fluido U . Esta ley prevee un comportamiento lineal entre las variables I_1^2 y $U^{1/2}$, para flujos con números de Reynolds altos (el número de Reynolds se encuentra definido en el anexo ??, sección ??). Esta ley también puede extrapolarse para números de Reynolds más bajos, con un error aceptable.

En general se tiene que [11]:

$$E^2 = [B + C \cdot (\rho \cdot U)^{\frac{1}{n}} \cdot (T_{op} - T_f)] \quad (6.4)$$

Con B, C constantes que dependen de las propiedades del fluido, ρ es densidad del fluido, n es un exponente que varía con el tipo de fluido, T_{op} es la temperatura de operación media del sensor y T_f es la temperatura del fluido. Se supone que bajo una buena acción de control $T_{op} - T_f$ es constante.

La figura 6.13 muestra una curva típica de calibración para un CTA (se observa que n es típicamente igual a 2). Con esta curva se pueden determinar las constantes B y C, para luego determinar la velocidad del fluido. El resto de los parámetros permanecen constantes (densidad, composición y temperatura del fluido). En la práctica los valores de B y C varían de un experimento a otro, por lo que se recomienda calcularlos cada vez que se use el CTA.

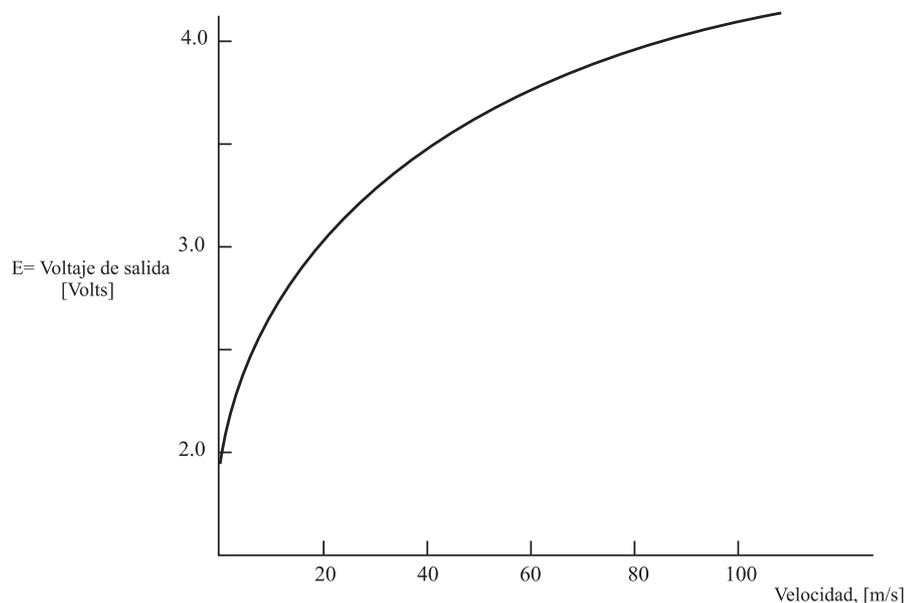


Figura 6.13: Curva típica de calibración para el anemómetro de hilo caliente.

Una forma alternativa de abordar la calibración del CTA, es hacer que el instrumento realice una

multiplicación interna, de manera que entregue directamente E^2 . Con esta operación, se pueden reducir los efectos de la dependencia no-lineal de las variables [8].

Se dirá que un CTA tiene mejor respuesta en frecuencia que otro si mide fluctuaciones de velocidad en una banda de frecuencia más amplia. Esto determina la capacidad del instrumento para medir fluctuaciones rápidas de velocidad del fluido, típicas de los flujos turbulentos.

Una forma de determinar la frecuencia máxima que es capaz de medir un CTA es mediante ciertos tests usando señales eléctricas, de tipo de onda cuadrada y sinusoidal.

Según Freymuth [9], la frecuencia de corte que muestra el CTA cuando su sensor es expuesto a una onda sinusoidal fluida $S_0 \cdot e^{j\omega t}$, es equivalente a la fluctuación de velocidad máxima que el instrumento es capaz de medir. La figura 6.14 muestra resultados experimentales que reflejan esta hipótesis. Las curvas superiores representan la respuesta del CTA en términos de la amplitud del voltaje de salida frente a las variaciones de frecuencia de una onda sinusoidal eléctrica. Las curvas inferiores muestran la respuesta frente a fluctuaciones de velocidad de un fluido en una medición real.

Se aprecia la analogía entre las curvas inferiores y superiores (curva 1a con 1ac y curva 2a con 2ac). Las curvas inferiores fueron obtenidas para un anemómetro térmico comercial modelo TSI 1050, que es capaz de trabajar tanto a corriente constante como a temperatura constante [?]. Se observa el mejor comportamiento del anemómetro cuando funciona a temperatura constante y con un sensor tipo film (curva 2ac vs. 1ac). Las curvas 1 y 2 confirman la diferencia cuando se usan distintos tipos de sensores (sensor alámbrico y tipo film).

Una forma equivalente de medir la respuesta en frecuencia del anemómetro es mediante la respuesta en el tiempo de una onda cuadrada del sistema. Según Freymuth [9], la frecuencia de corte se determina mediante $f_c = [1/(1,5 \cdot \tau)]$, donde τ es el tiempo medido desde que comienza la respuesta del sistema hasta que llega al 3% de su valor inicial. τ se muestra en la figura 6.15.

6.2.2. Medidas multidimensionales

La figura 6.16 muestra como el vector velocidad \vec{U} incide en un sensor.

Se puede escribir que la velocidad efectiva medida por el sensor está dada por:

$$U_{eff} = \sqrt{(U_N^2 + k_T U_T^2 + k_N U_{BN}^2)} \quad (6.5)$$

Donde k_T y k_N son valores experimentales que representan el grado de enfriamiento que cada com-

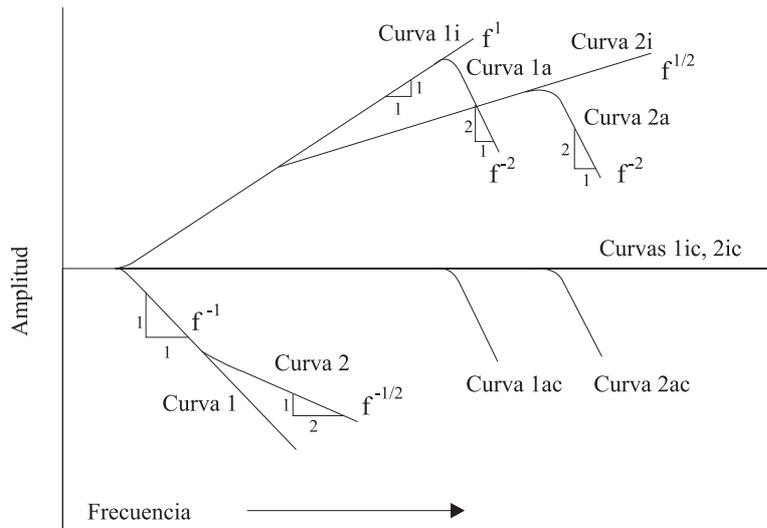


Figura 6.14: Respuesta en frecuencia (en escala logarítmica) de sensores de hilo caliente. Las curvas inferiores muestran la respuesta frente a fluctuaciones de velocidad. Curva 1: Hilo caliente trabajando a corriente constante sin compensación. Curva 2: Film caliente a corriente constante sin compensación. Curvas 1ic, 2ic: Respuesta ideal del anemómetro. Curva 1ac: Respuesta de un anemómetro de hilo caliente a temperatura constante. Curva 2ac: Respuesta de un anemómetro de film caliente a temperatura constante. Curvas superiores: Respuesta al test de onda sinusoidal. Curva 1i: Respuesta ideal de un anemómetro de hilo caliente a temperatura constante. Curva 2i: Respuesta ideal de un anemómetro de film caliente a temperatura constante. Curva 1a: Respuesta real de un anemómetro de hilo caliente a temperatura constante. Curva 2a: Respuesta real de un anemómetro de film caliente a temperatura constante.

ponente del vector velocidad ejerce sobre el sensor.

Cuando el sensor es orientado con el flujo $U_N = U_1$, $U_T = U_2$, y $U_{BN} = U_3$, donde U_1 , U_2 , y U_3 son las componentes ortogonales del vector \vec{U} que se quieren medir. Usando la ecuación 6.16:

$$U_{eff} = \sqrt{(U_1^2 + k_T U_2^2 + k_3 U_3^2)} \tag{6.6}$$

Si el flujo es unidireccional, se puede aproximar que:

$$U_{eff} = U = \langle U \rangle + u \tag{6.7}$$

Con U correspondiente a los valores obtenidos experimentalmente con el CTA, $\langle U \rangle$ el valor medio de U , y u la parte variable de U (esta definición de U se explica con mayor detalle en el anexo ??, sección ??).

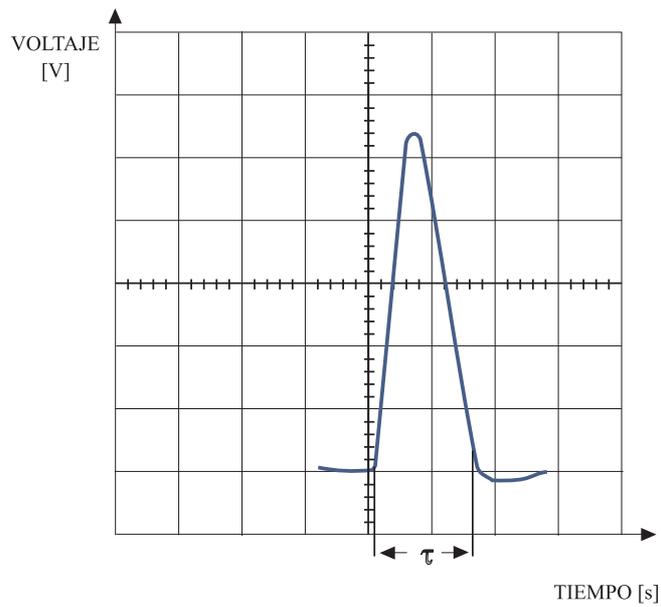


Figura 6.15: Test de onda cuadrada en un anemómetro modelo 1050, observado en un osciloscopio.

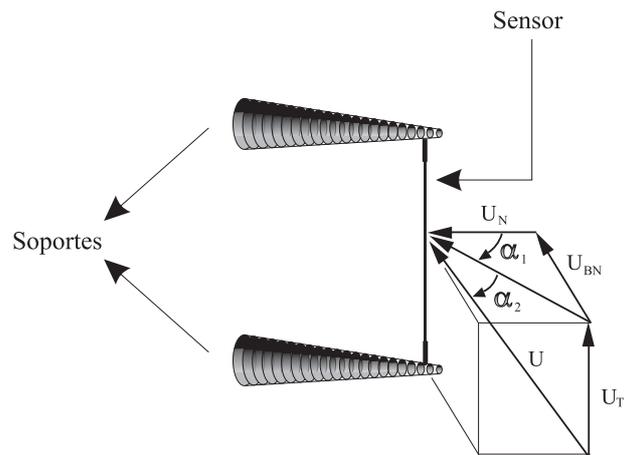


Figura 6.16: Componentes del vector velocidad U . U_N es la componente perpendicular al sensor y paralela a los soportes. U_{BN} es la componente perpendicular al sensor y perpendicular a los soporte. U_T es la componente paralela al sensor.

La aproximación de la ecuación 6.6 tiene un error inferior al 2% para flujos con intensidad de turbulencia del orden del 20%.

Para medir todas las componentes de velocidad, muchas veces se recurre a sensores con características especiales. Ejemplos de este caso están representados en las figuras 6.17 y 6.18.

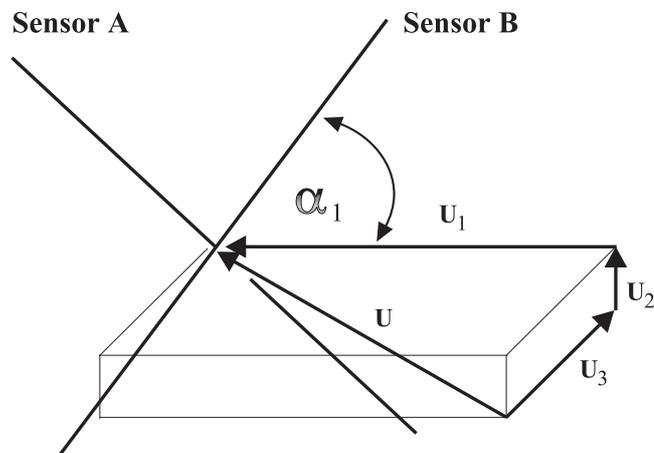


Figura 6.17: Esta figura muestra el caso de un sensor tipo X, que consiste en dos filamentos cruzados a 90° . Con esta configuración es posible hacer menos aproximaciones y obtener una medida más precisa de las componentes U_1 , U_2 y U_3 del vector velocidad U .

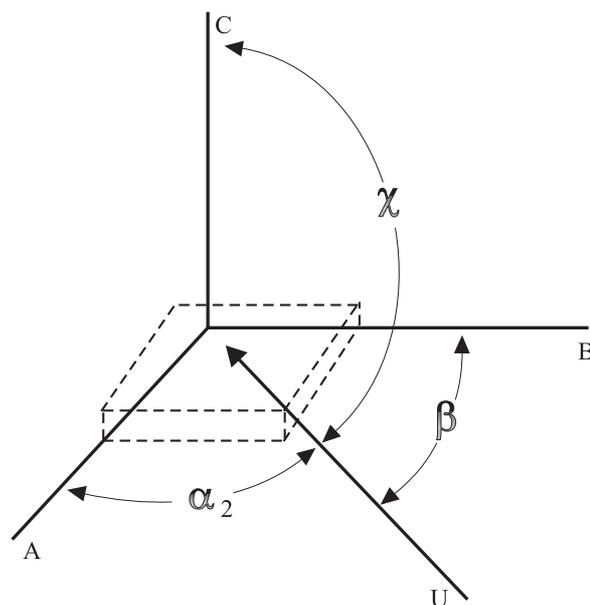


Figura 6.18: Esta figura muestra un sensor con tres filamentos perpendiculares entre sí. Este tipo de sensor permite obtener medidas un más precisas que las de un sensor tipo X, dando acceso a las tres componentes de velocidad y a sus fluctuaciones respectivas [8]. U es el vector velocidad.

Otra alternativa muy común, es la utilización de distintos conjuntos de datos provenientes de una

sola prueba, orientada en distintos sentidos. Con esto, se busca simular los casos de los sensores en forma de X (figura 6.17), y de tres ejes (figura 6.18). La ventaja de este método radica en que ya no es necesario hacer "calzar" los sensores con ciertas direcciones del flujo para simplificar los cálculos. La desventaja está en la necesidad de mayor cantidad de calibraciones del anemómetro, y de mayor instrumentación, al usar más de un anemómetro.

6.2.3. Fuentes de error en las medidas del CTA

Al igual que todas las actividades experimentales, la obtención de medidas relacionadas a la velocidad de un fluido mediante un CTA, están acompañadas de un margen de error.

La etapa de calibración del CTA no permite al experimentador determinar en detalle cómo cada una de las fuentes de error influyen en las medidas del CTA, ya que cuenta con una ecuación que asocia directamente el voltaje de salida del instrumento con la velocidad del fluido (ecuación 6.4).

Cuando se realizan medidas en fluidos compresibles, o se quiere explicar la sensibilidad del CTA frente a ciertas variables, se hace necesario un análisis que involucre la mayor parte de los fenómenos que influyen en la obtención de la velocidad.

En un CTA los errores se relacionan fundamentalmente con la transferencia de calor entre el sensor y el sistema que le rodea, y el ruido electrónico que agrega la interfaz eléctrica (puente de Wheastone y amplificadores, figura 6.10). Estas fuentes de error también dependen del tipo de sensor que se utiliza. Ya se ha mencionado la existencia de filamentos de alambre y de los llamados films. Estos sensores pueden resultar más o menos sensibles a ciertas variables, pero en ambos casos el error en las medidas se debe a los mismos motivos. Primero, es erróneo pensar que todo el intercambio de calor se realice entre la sonda y el medio. Existe una buena parte de calor que se pierde en los soportes de la sonda, por lo que la velocidad que el experimentador puede deducir de sus medidas de voltaje están asociadas sólo a una fracción de la potencia que disipa la sonda. Estas pérdidas de calor por conducción dependen de los siguientes factores:

1. Tipo de alambre. Un alambre de Tungsteno o de Platino transmite más calor a los soportes que en el caso de un film caliente [8].
2. Razón largo-diámetro del sensor. Esta magnitud, para un sensor cilíndrico (que es el más común) se escribe como (l/d) , donde l es el largo del sensor y d es el diámetro. En la práctica, existe una relación inversamente proporcional entre la razón largo-diámetro y las pérdidas por conducción a los soportes (i.e. a mayor (l/d) , menores pérdidas [8]).

3. Razón de conductividad térmica entre el fluido y el sensor. Si se tiene que la conductividad térmica del sensor es k_s y la del fluido es k_f (anexo ??, sección ??), y se mantiene constante el resto de los parámetros, entonces se tiene que la conducción térmica hacia los soportes es inversamente proporcionales a $(F \cdot \sqrt{k_s/k_f})$, donde F depende del número de Nusselt y de (l/d) (ver anexo ??, sección ??).
4. Número de Nusselt (Nu). Hay que recordar que el número de Nusselt puede aproximarse como función del número de Reynolds (anexo ??, sección ??), y por lo tanto depende de la velocidad del fluido (Nu crece proporcionalmente a la raíz cuadrada de la velocidad del fluido). El número de Nusselt tiene una influencia similar con la razón (k_s/k_f) , es decir, las pérdidas por conducción a los soportes son inversamente proporcionales a $G \cdot \sqrt{Nu}$, con G depende de $\sqrt{k_s/k_f}$ y de (l/d) .

Los puntos mencionados representan el caso en que el sobrecalentamiento de la sonda es pequeño, es decir:

$$\alpha \cdot (T_{op} - T_a) \ll 1 \quad (6.8)$$

y

$$\alpha \cdot (T_{op} - T_s) \ll 1 \quad (6.9)$$

donde T_{op} es la temperatura de operación media del área sensible del sensor, T_a es la temperatura ambiente y T_s es la temperatura de los soportes.

Para el caso en que no se cumplen las condiciones de las ecuaciones 6.8 y 6.9, el análisis es similar, salvo que el impacto de cada una de las variables de los puntos 1, 2 y 3 es menos significativo [8]

Para evitar que la conducción a los soportes sea una fuente de error significativa, la junta entre los soportes y el sensor es cubierta por una película de plata, lo que disminuye las pérdidas pero achica el área efectiva del sensor.

Otra causa de error se produce cuando el fluido no es isotérmico. Esto provoca que la sonda no sólo deba responder a los cambios de velocidad, si no que también a las variaciones de temperatura del fluido. Para esta clase de fenómenos, la forma más flexible de solucionar el problema es mediante la medición separada de los cambios de temperatura del fluido, de manera de corregir off-line los datos obtenidos para la velocidad [8, 11]

La frecuencia asociada a los cambios de velocidad también puede causar una distorsión de las medidas. Sin embargo, a diferencia del tubo Pitot, el CTA tiene una gran respuesta en frecuencia, lo que permite un menor error en los datos [8].

La longitud finita de la sonda también influye en las medidas. Un postulado determina que el tamaño de los instrumentos de medición debe ser pequeño en comparación con la longitud de onda de la máxima frecuencia de interés dentro del fenómeno en estudio [8]. Por otro lado, el tamaño de la sonda también se relaciona con el nivel de intrusividad que tiene el CTA en el comportamiento del fluido, que claramente significa una fuente de distorsión de las medidas.

Respecto al ruido electrónico, para el CTA de la figura 6.10, puede deducirse la siguiente expresión dentro de un pequeño rango de frecuencia Δf :

$$v_{12,n}^2 = \left(K_a^2 + 4 \cdot k_b \cdot T_a \cdot R_{op} \cdot \frac{(1 + n_b) \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + \frac{(T_m - T_a)}{T_a}}{(1 + n_b)^2} \right) \quad (6.10)$$

Con K_a es el ruido equivalente de entrada del amplificador, [$V \cdot Hz^{-1/2}$]

k_b Constante de Boltzmann, [$J / ^\circ C$]

n indica la componente de frecuencia sobre la cual se analiza el ruido: 1, 2, 3...

n_b es la razón entre la resistencia de la sonda y la resistencia R_1 que va en serie con ella (figura 6.10)

Considerando valores típicos de las variables (i.e. $K_a = 1,5 \times 10^{-9}$ [$V \cdot Hz^{-1/2}$], ($R_2/R_1 = 1$) y $n_b = 0,36$) una estimación entrega:

$$\sqrt{v_{12,n}^2} = 1,69 \times 10^{-9} \cdot \Delta f \text{ [Volts]}$$

Para obtener el ruido de salida se debe integrar la ecuación anterior en el rango de frecuencias de interés. Esto significa que si se considera un ancho de banda más alto que el necesario, el ruido electrónico aumenta. En la práctica esto justifica el uso de filtros pasa-bajas con frecuencia de corte en la máxima frecuencia de interés en el sistema de amplificación del CTA.

Recomendaciones que tienen que ver con el aumento de la razón señal a ruido, son las siguientes:

1. Operar una razón de sobrecalentamiento ($T_{op} - T_a$) alta.
2. Usar un sensor con un alto coeficiente de resistencia-Temperatura (α).
3. Mantener n_b pequeño comparado con 1.

4. Usar un sensor delgado, de manera de minimizar su inercia térmica.

6.2.4. Tipos de sensores

Los sensores de los CTA pueden ser de dos tipos:

1. Alambre de Tungsteno, Platino o de una combinación de Platino e Iridium.
2. Una cubierta conductora metálica sobre un sustrato cerámico (el llamado film).

Las figuras 6.19 y 6.20 muestran un corte transversal a un sensor de alambre y a un sensor tipo film, respectivamente.

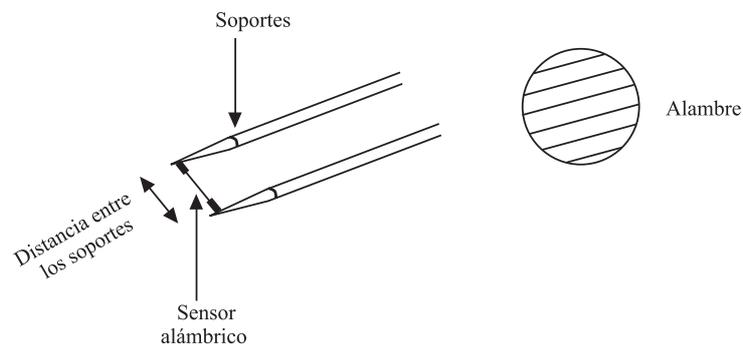


Figura 6.19: Corte transversal de un sensor alámbrico.

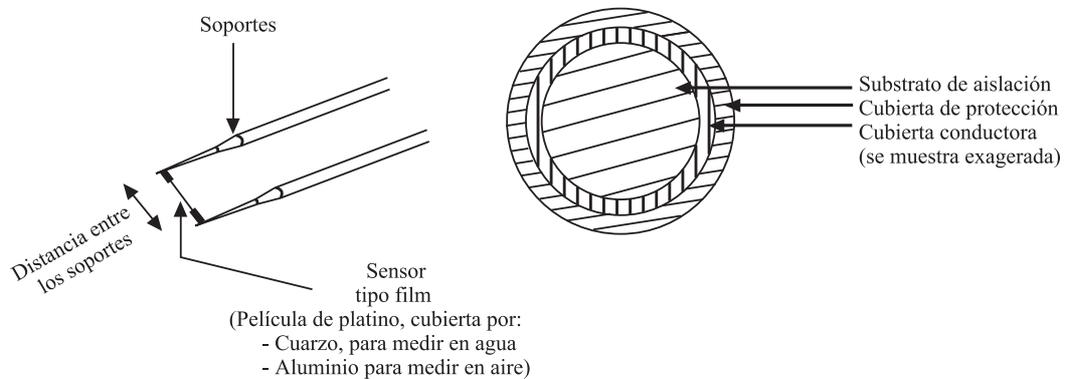


Figura 6.20: Corte transversal de un sensor tipo film.

Los materiales más comunes que componen a los sensores de alambre son el Tungsteno, Platino y combinaciones de Platino-Iridium. Los alambres de Tungsteno son resistentes y tienen un alto coeficiente de Temperatura-resistencia ($\alpha = 0,004/^{\circ}C$). Sin embargo, tienen la desventaja de tener un alto coeficiente de oxidación, que lo hace inutilizable para medir velocidad en fluidos gaseosos. El Platino tiene una buena resistencia a la oxidación, tiene un $\alpha = 0,003/^{\circ}C$, pero es muy débil,

particularmente a altas temperaturas. Los sensores hechos de Platino e Iridium, por su parte, son más fuertes y resistentes a la oxidación que el Platino, pero tiene un peor coeficiente de resistencia-temperatura ($\alpha = 0,00085/^{\circ}C$). Hay que recordar que el parámetro α determina que tan sensible es el CTA para relacionar cambios en la temperatura con cambios en la resistencia de su sensor, y además, es directamente proporcional a la razón señal a ruido que puede obtenerse en las medidas.

Los sensores tipo film, están fabricados principalmente de un cilindro de Cuarzo o de Aluminio recubierto de partículas de Platino. Dada su rigidez, muy superior a la de los sensores alámbricos, los film deben ser puestos en soportes flexibles, de manera que no se rompan frente a las corrientes de flujo a las que son sometidos.

Respecto a las ventajas y desventajas de los sensores tipo film frente a los sensores alámbricos, puede mencionarse lo siguiente:

Ventajas:

1. El sensor tipo film es más robusto frente a las partículas del fluido. Esto también significa que es más fácil de limpiar.
2. Al ser el sensor más rígido, es difícil que su forma geométrica se altere de un experimento a otro.
3. El sensor tipo film permite obtener una mejor respuesta en frecuencia que un sensor de alambre del mismo diámetro (figura 6.14). Esto gracias a que la parte sensible del film está toda distribuida en la superficie. La mejor respuesta en frecuencia va acompañada de una mejor razón señal a ruido para las medidas realizadas.
4. El sensor tipo film tiene menores pérdidas de conducción con los soportes que el sensor de alambre. Esto es cierto para films cuyos radios l/d son mucho menores que los radios de los sensores de alambre. Esto no es difícil de conseguir, y en general, la mayoría de los film cumplen con este requisito.
5. Son más flexibles en términos de configuración. Los sensores tipo film pueden tener distintas formas, como cónicas, parabólicas, o tipo paleta. Las figuras 6.21 y 6.22 son algunos ejemplos de sensores tipo film menos tradicionales.

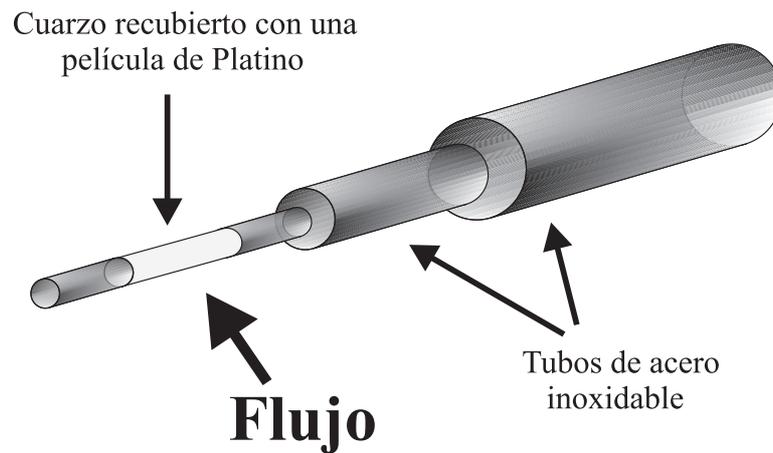


Figura 6.21: Sensor tipo film de un solo terminal. Permite obtener medidas en canales de pequeño tamaño.

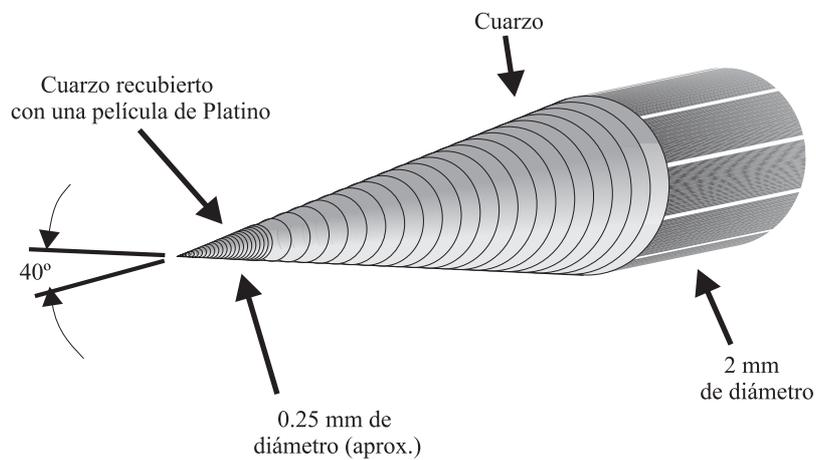


Figura 6.22: Sensor tipo film en forma de cono. Es especial para medir velocidades en flujos de agua contaminada.

A pesar de esta ventaja los films que no son cilíndricos tienen el problema de ser muy difíciles de abordar teóricamente. Esto significa que muchas veces su comportamiento no se puede modelar y esto hace difícil la repetición de experimentos bajo las mismas condiciones.

Desventajas [8]:

1. Para números de Reynolds (ecuación ??) mayores que 150 (por ejemplo un fluido cuya velocidad sea de 50 [m/s] y para un sensor de 50 [μ m] de diámetro en el aire) se tiene que el film provocará una intensidad de turbulencia propia, dada su mayor intrusividad (mayor diámetro,

en el caso de un sensor cilíndrico).

2. La temperatura de operación es más baja que para los alambres, inferior a los 370°C con un máximo absoluto de 760°C .
3. Es más caro

6.3. Anemometría Laser Doppler

La velocimetría o anemometría láser-Doppler (en Inglés Laser-Doppler ParteVI, LDV) consiste en medir las velocidades dentro de un flujo fluido, detectando el corrimiento de frecuencia Doppler de un haz de luz laser que ha sido reflejado por pequeñas partículas que circulan en el fluido.

La técnica LDV es mucho más nueva que el tubo Pitot y que los anemómetros térmicos. Fue inicialmente propuesta en 1964, y en la actualidad ha sido utilizada con éxito en flujos laminares de agua y de gas, turbulencia en túneles de viento y flujos de agua dentro de tuberías.

6.3.1. Funcionamiento

La técnica LDV consiste en medir el corrimiento Doppler de un haz de luz reflejada por pequeñas partículas presentes en el flujo.

Este fenómeno, para efectos de LDV generalmente es aprovechado en partículas cuyo tamaño oscila entre los 0.1 y 10 $[\mu\text{m}]$. La situación usual se muestra en la figura 6.23, donde la partícula i -ésima localizada en la posición $x_i(t)$, refleja la onda de luz con un campo eléctrico complejo representado por E_{li} , desde un rayo incidente E_{0l} . El sub-índice l es usado para denotar el l -ésimo rayo de iluminación.

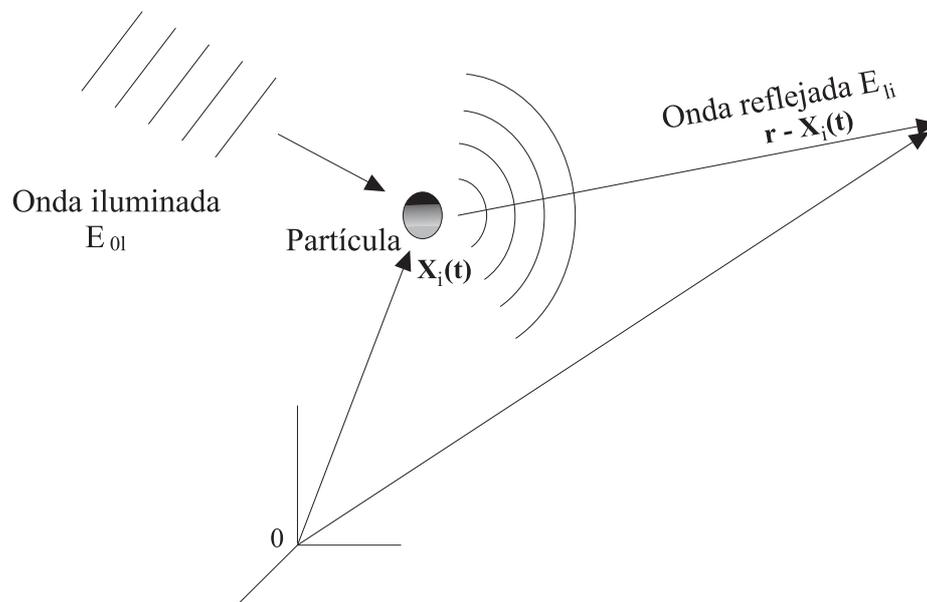


Figura 6.23: Haz de luz reflejado por una partícula en movimiento.

Asumiendo que el rayo de iluminación es una onda plana linealmente polarizado en la región donde ilumina la partícula, con frecuencia w_{0l} , dirección de propagación \hat{s}_l (vector unitario), número de onda $n = 2 \cdot \pi/\lambda$, dirección de la polarización lineal \hat{p}_l y una intensidad de I_{0l} [W/m^2], puede escribirse que [8]:

$$E_{0l} = \sqrt{I_{0l}(x)} \cdot e^{j \cdot \phi_{0l}(x)} \cdot \hat{p}_l \quad (6.11)$$

donde $\phi_{0l}(x)$ es la fase evaluada en x

$$\phi_{0l}(x) = w_{0l}(t) - n \cdot \hat{s}_l \cdot x \quad (6.12)$$

y se entiende que el vector eléctrico está dado por la parte real de E_{0l} .

La partícula en la posición x refleja en todas direcciones la onda incidente E_{0l} . El campo que interesa para la técnica LDV es el llamado "campo lejano" (far field en inglés), que es el campo que se detecta a una distancia $r = |r|$, mucho más grande que la longitud de onda de la luz incidente y que el diámetro medio de la partícula. En un campo lejano, de acuerdo a la forma de la partícula, la onda de luz que se produce es de carácter circular, de manera que puede escribirse que [?]:

$$E_{li} = \sqrt{I_{0l}(x_i)} \cdot \frac{\sigma_{li}}{k \cdot |r - x_i|} \cdot e^{j[\phi_{0l}(x_i) - n \cdot |r - x_i|]} \quad (6.13)$$

donde σ_{li} es el coeficiente de reflexión para la i -ésima partícula, y que determina la intensidad, el corrimiento de fase, y la polarización de la onda reflejada relativa a la onda incidente E_{0l} .

Asumiendo que $|x_i| \ll |r|$, los vectores $r - x_i$ son relativamente paralelos, por lo que se puede aproximar $|r - x_i| \cong r - x_i \cdot \hat{r}$ en el campo lejano. Luego,

$$E_{li} = \sqrt{I_{0l}} \cdot \frac{\sigma_{li}}{k \cdot r} e^{j \cdot \phi_{li}} \quad (6.14)$$

$$\phi_{li} = w_{0l} \cdot t - k \cdot r + n x_i \cdot (\hat{r} - \hat{s}_l) \quad (6.15)$$

Ahora, la frecuencia instantánea para esta onda queda definida por la derivada respecto al tiempo de la fase, i.e.

$$\phi'_{li} = w_{0l} + k u_i(t) \cdot (\hat{r} - \hat{s}_l) \quad (6.16)$$

donde el último término es el corrimiento Doppler, y

$$U_i = x'_i \quad (6.17)$$

es la velocidad de la i -ésima partícula. Escribiendo la la frecuencia en Hertz, queda:

$$f_{li} = \frac{\phi'_{li}}{2\pi} \quad (6.18)$$

$$f_{li} = f_{0l} + \frac{f_i \cdot (\hat{r} - \hat{s}_l)}{\lambda} \quad (6.19)$$

donde ν_{0l} es la frecuencia del haz iluminado, en Hertz.

Tal como se muestra, el corrimiento Doppler total depende linealmente de la componente de velocidad en la dirección de $(\hat{r} - \hat{s}_l)$. Esta es una de las mayores ventajas de la técnica LDV, debido a que da al experimentador la libertad de estudiar una sola componente de la velocidad escogiendo \hat{s} y \hat{r} de manera adecuada. Hay que notar además que el sentido del flujo puede distinguirse por el signo de la magnitud $(\hat{r} - \hat{s}_l)$

Para obtener datos de la velocidad de un fluido a partir de la teoría del efecto Doppler, generalmente se aplica una técnica llamada *detección óptica heterodina*. La esencia de este método consiste en substraer el término w_{0l} de la expresión de la frecuencia total, dejando una señal que oscila solo a la frecuencia de corrimiento Doppler. Para lograr esto se hace uso de la identidad $[\sin w_1(t) \cdot \sin w_2 t] = \frac{1}{2} \cdot [\cos(w_1 + w_2)t + \cos(w_1 - w_2)t]$. Así, multiplicando dos ondas de luz se obtiene una señal que oscila a la diferencia de frecuencias w_1 y w_2 . En la actualidad la multiplicación es efectuada por medio de la combinación de dos ondas de luz sobre la superficie de un fotodetector. El fotodetector es un dispositivo que sigue una ley cuadrática, su salida es de la forma $(\sin w_1 t + \sin w_2 t)^2$, desde la que se extrae el producto $[\sin w_1(t) \cdot \sin w_2 t]$. La salida del fotodetector no contiene la componente correspondiente a la suma de las frecuencias w_1 y w_2 , ya que esta frecuencia, del orden de los 10^{14} Hz, es mucho más grande que la respuesta en frecuencia que puede entregar el fotodetector. De esta manera la salida solo oscila a la frecuencia $(w_1 - w_2)$.

Existen tres distintos tipos de sistemas ópticos LDV, correspondientes a tres métodos que combinan el efecto de corrimiento Doppler con la técnica óptica heterodina. Estos sistemas, que permiten realizar mediciones de velocidad en fluidos, son las siguientes: el sistema de haz de referencia, el sistema de haz dual y el sistema de reflejo dual. La figura 6.22 muestra la geometría involucrada en estas técnicas.

Para facilitar comparaciones, cada uno de estos sistemas está configurado para medir la misma componente x de velocidad llamada u , y el origen del eje de coordenadas está en el centro del volumen a medir. El eje y está en el plano de los haces de luz y se le llama el *eje* del sistema.

El principio básico del *haz-dual* LDV (figura 6.24) es iluminar una partícula en el fluido con dos ondas de luz planas, E_{01} y E_{02} propagándose en dos direcciones diferentes, \hat{s}_1 y \hat{s}_2 respectivamente.

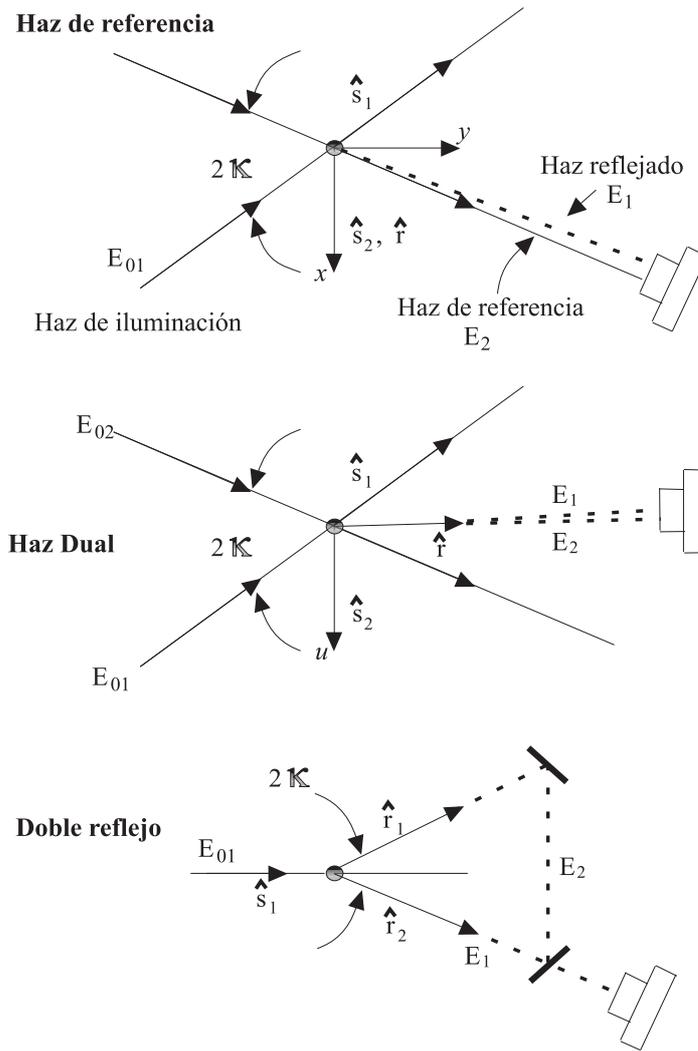


Figura 6.24: Tres modos de detección heterodina en velocimetría láser-Doppler: haz de referencia, haz dual y doble reflejo. En cada caso, la geometría es tal que la frecuencia de corrimiento Doppler es $f_D = 2 \cdot u \cdot \sin(\frac{\kappa}{\lambda})$ y u es la velocidad en la dirección x .

La i -ésima partícula refleja dos ondas, E_{1i} de E_{01} y E_{2i} de E_{02} , y las frecuencias de estas ondas en la dirección de la reflexión \hat{r} son:

$$f_{1i} = f_{01} + \frac{U_i \cdot (\hat{r} - \hat{s}_1)}{\lambda} \tag{6.20}$$

y

$$f_{2i} = f_{02} + \frac{U_i \cdot (\hat{r} - \hat{s}_2)}{\lambda} \tag{6.21}$$

La diferencia de frecuencia es:

$$f_{1i} - f_{2i} = f_S + f_{Di} \quad (6.22)$$

donde

$$f_S = f_{01} - f_{02} \quad (6.23)$$

es una diferencia de frecuencia constante determinada por las frecuencias de los haces iluminados, y

$$f_{Di} = \frac{U_i \cdot (\hat{s}_2 - \hat{s}_1)}{\lambda} \quad (6.24)$$

es la diferencia entre los corrimientos Doppler. La diferencia es independiente de la dirección de reflejo \hat{r} , de modo que la frecuencia heterodina es la misma en todos los puntos del fotodetector e independiente de la ubicación de éste. Es conveniente escribir la ecuación 6.24 en la forma:

$$f_{Di} = \frac{N \cdot U_i}{2\pi} \quad (6.25)$$

donde

$$N = \frac{2\pi(\hat{s}_2 - \hat{s}_1)}{\lambda} \quad (6.26)$$

es un vector de onda en la dirección $\hat{s}_2 - \hat{s}_1$. Luego, si siempre se mide la componente $u_i(t)$ de U_i en la dirección $(\hat{s}_2 - \hat{s}_1)$, se tiene:

$$f_{Di} = \frac{N u_i(t)}{2\pi} \quad (6.27)$$

donde

$$|N| = N = \frac{4\pi \sin \kappa}{\lambda} \quad (6.28)$$

por simple geometría. Así, ν_{Di} depende sólo de κ , λ y de la componente de velocidad u_i , que está en el plano de los rayos de iluminación y es perpendicular a su bisector. En términos de frecuencias angulares,

$$w_{1i} - w_{2i} = w_S + N u_i(t) \quad (6.29)$$

donde $w_S = 2\pi f_S$

Para simplificar los cálculos, en general se toma $f_{01} = f_{02} = f_0$, con lo que $f_{1i} - f_{2i} = f_{Di}$, y la frecuencia heterodina de la salida del fotodetector es directamente proporcional a $u_i(t)$. La desventaja de esta elección es que un cambio de sentido de $u_i(t)$ significa un cambio de fase de 180° en la fase de la señal sinusoidal heterodina, lo que no es tan fácil de detectar en presencia de ruido. Por esto, cuando se prevee la presencia de velocidades en un sentido y en otro (turbulencia), se usa una frecuencia ν_S distinta de cero, de manera que los cambios de sentido en la velocidad se expresen

como variaciones en torno a esta frecuencia.

La técnica del *haz de referencia* LDV (figura 6.24) utiliza un simple rayo de iluminación desde el cual la onda de luz es reflejada con una frecuencia

$$f_{1i} = f_{01} + \frac{U_i \cdot (\hat{r} - \hat{s}_1)}{\lambda} \quad (6.30)$$

en la dirección \hat{r} . Una señal del fotodetector que oscila a la frecuencia del corrimiento Doppler, es obtenida mezclando ópticamente la onda reflejada con la onda de referencia viajando en la dirección \hat{r} y cuya frecuencia es f_{02} . Típicamente, $f_{01} = f_0$ y $f_{02} = f_0 - f_S$, de modo que la frecuencia heterodina es:

$$f_{1i} - f_{2i} = f_S + U_i \cdot \frac{(\hat{r} - \hat{s}_1)}{\lambda} \quad (6.31)$$

$$f_{1i} - f_{2i} = f_S + f_{Di} \quad (6.32)$$

Escogiendo \hat{r} igual a \hat{s}_2 en el sistema de rayo dual, el sistema de rayo de referencia mediría exactamente la misma componente de velocidad u_i .

El sistema LDV *doble-reflejo* (figura 6.24) usa un simple rayo de iluminación de frecuencia f_{01} como en el sistema de rayo de referencia LDV, pero la detección heterodina del corrimiento Doppler se hace mezclando la onda de luz E_{1i} reflejada en la dirección \hat{s}_1 con la onda de luz E_{2i} reflejada en la dirección \hat{s}_2 . Si hay una sola partícula para reflejar el rayo incidente, E_{1i} y E_{2i} son porciones de la misma onda reflejada. Sus frecuencias son:

$$f_{1i} = f_{01} + \frac{U_i \cdot (\hat{r}_1 - \hat{s}_1)}{\lambda} \quad (6.33)$$

$$f_{2i} = f_{01} + \frac{U_i \cdot (\hat{r}_2 - \hat{s}_1)}{\lambda} \quad (6.34)$$

con una diferencia de frecuencia heterodina:

$$f_{1i} - f_{2i} = U_i \cdot \frac{(\hat{r}_1 - \hat{r}_2)}{\lambda} \quad (6.35)$$

$$f_{1i} - f_{2i} = f_{Di} \quad (6.36)$$

Luego, la frecuencia heterodina es independiente de la dirección del rayo de iluminación.

Como puede apreciarse, las ecuaciones que determinan los sistemas de rayo-dual, rayo de referencia y doble-reflejo son bastante similares. Sin embargo en la práctica existen notables diferencias respecto a la razón señal a ruido que puede lograrse con cada uno de ellos [8].

6.3.2. Medidas multidimensionales

Con la técnica LDV es posible medir dos o tres componentes del vector velocidad usando muchos sistemas que miden una sola componente. Aunque esto puede sonar como una simple tarea, lo complicado es identificar a qué componente de velocidad corresponden los reflejos que recibe el fotodetector. Esto es fácil para los sistemas que usan un rayo de referencia y doble-reflejo, porque la dirección de la componente de velocidad a ser medida está determinada por la dirección en la que el rayo reflejado es percibida. Para la técnica de haz dual, sin embargo, hay que considerar al menos un rayo reflejado más, por cada una de la componente adicional de velocidad a medir, a parte de los dos rayos en los que se basa esta técnica.

El problema de identificación se resuelve etiquetando cada par de rayos, usando alguna propiedad óptica. Los tres métodos posibles son: diferentes colores, diferentes frecuencias y diferentes fases.

Con estas herramientas es posible asociar el rayo percibido con alguna componente de velocidad, por medio de filtros en los fotodetectores, de manera que se pueden determinar las componentes del vector \vec{U}

6.3.3. Fuentes de error en la LDV

Al igual que todas las técnicas de medición experimental, la anemometría láser entrega resultados que no están exentos de error.

Las diferencias entre la velocidad real y medida tienen su principal causa en las reflexiones y refracciones que los rayos reflejados por las partículas sufren en los fotodetectores. Esta fuente de error puede significar variaciones del orden de 100 veces en la razón señal a ruido. La forma de eliminar los rayos indeseados de las reflexiones en los fotodetectores, se relaciona principalmente con el uso de superficies ópticas cubiertas con superficies antireflectantes.

Otra clase de error que se da con la LDV, se asocia con el ruido electrónico propio de la interfaz eléctrica que se usa para procesar y filtrar los datos que se reciben en forma óptica. El ruido eléctrico es inevitable, y representa la cota mínima para la precisión de las medidas que se pueden obtener.

También la interferencia electromagnética puede modificar el comportamiento de los rayos que se usan para obtener las medidas. Sin embargo ondas del tipo RF (radio frecuencia) pueden ser fácilmente eliminadas con un buen blindaje electromagnético tipo Faraday.

6.3.4. Tipos de sensores

La técnica LDV no necesita de sensores insertos directamente en el fluido como las técnicas de medida de presión o los anemómetros térmicos. Lo único que se necesita para tomar las medidas es que en el fluido hayan partículas de tamaño y características adecuadas para reflejar los haces de luz que se les envían. En la mayoría de los casos, estas partículas son inyectadas artificialmente en el fluido.

Con una buena elección de las partículas que se mezclan con el fluido, se puede mejorar ostensiblemente la razón señal a ruido de la señal. Las características que deben considerarse para lograr esto son: tamaño de las partículas, su capacidad de reflexión y su capacidad de distribuirse uniformemente en el fluido. A esto se le debe agregar el costo asociado a las partículas.

En la práctica, no existen partículas que cumplan con todos los requerimientos mencionados. La elección del tipo de partícula a usar dependerá de cada aplicación. En [8] se muestran algunos ejemplos en los que se compara el desempeño de distintos tipos de partículas para mediciones en fluidos líquidos. También se entrega, para fluidos de bajas velocidades, una relación entre la variación máxima de velocidad a medir y el tamaño de las partículas a usar.

6.4. Comparación entre métodos de medición de velocidad

Se comparará el tubo Pitot, el CTA y la LDV (Laser Doppler Velocimetry). Se considerarán las características fundamentales que debe tener un instrumento que mide la velocidad en un fluido:

1. *Tener alta respuesta en frecuencia para seguir los fenómenos transientes.* El CTA es definitivamente superior, pues es capaz de medir fácilmente cientos de kHz, llegando incluso hasta 1 [MHz].

La LDV puede llegar sólo hasta los 30 [kHz], pues para frecuencias mayores aparecen problemas relativos al tamaño y concentración de las partículas, que artificialmente se inyectan en el fluido.

Respecto al tubo Pitot hay que mencionar que es capaz de medir flujos con turbulencias del orden de decenas de kHz, pues para frecuencias mayores los transductores del tubo no son capaces de seguir las fluctuaciones

2. *Tener un tamaño pequeño para realizar medidas lo más puntuales posibles.* El CTA y la LDV son relativamente similares. Mientras que con el CTA se pueden alcanzar medidas con un sensor de 1 [μm] por 2 [mm], con LDV los volúmenes pueden llegar ser de 5 [μm] por 5 [μm]. Los sensores tipo tubo Pitot generalmente son del orden de la pulgada, por lo que este instrumento es muy inferior al CTA y a la LDV en este sentido.
3. *Medir un amplio rango de velocidad.* Las tres técnicas son capaces de abarcar un amplio rango de velocidad, sin embargo, la LDV es superior, pues es más precisa cuando se miden velocidades bajas y no necesita calibración, como el CTA.
4. *Medir sólo velocidad, y trabajar en un amplio rango de temperatura, densidad y composición.* Los tres instrumentos pueden abarcar un amplio rango de estas variables. Para LDV los problemas surgen cuando se quieren hacer medidas en metales líquidos, que son un medio opaco para el haz láser. Otra complicación, que también afecta al CTA, la representan los fluidos de baja densidad, donde la LDV tiene problemas en el uso de partículas que sean capaces de seguir el flujo y de distribuirse homogéneamente. En estos casos el CTA, además, tiene el problema de aumentar excesivamente las pérdidas de conducción a los soportes.
5. *Medir las diferentes componentes de velocidad.* Los tres instrumentos son capaces de medir todas las componentes de velocidad, con la ayuda de los sensores adecuados.
6. *Tener alta precisión.* La LDV es la mejor en este sentido, pues en el peor de los casos presenta un error del 1 [%]. Luego viene el CTA que es bastante preciso, pero tiene el problema de la calibración, que arroja una relación diferente entre el voltaje medido y la velocidad del fluido cada vez que se realiza (i.e. la precisión es función de la calibración). El tubo Pitot es el menos preciso, presentando errores apreciables incluso para flujos con un pequeño grado de turbulencia.
7. *Tener alta resolución (bajo ruido).* El CTA es superior; puede alcanzar fácilmente una resolución de 1 parte en 10000. La LDV como máximo puede llegar a 1 parte en 1000. El tubo Pitot está muy lejos de estos valores.
8. *Crear mínimas perturbaciones en el fluido.* La LDV es la que menos altera las condiciones normales del fluido. Luego viene el CTA y finalmente el tubo Pitot.
9. *Costo.* El CTA y el tubo Pitot son los más baratos, particularmente, el CTA puede llegar a ser 10 veces más barato que la LDV.
10. *Ser fácil de usar.* La LDV es más difícil de instalar que el CTA y el tubo Pitot, sin embargo, una vez que comienza a usarse tiene menos problemas, pues no hay necesidad de limpiar.

los transductores, ni tampoco existe el peligro de que se rompan. Tiene la desventaja de la complejidad en el post-procesamiento de los datos.

Como regla general, si el tubo Pitot no es capaz de realizar las medidas requeridas (ya sea por capacidad o por resolución), se debe considerar el CTA. Si se deben hacer medidas en lugares muy cercanos a las paredes por donde circula el flujo, o éste se encuentra a una temperatura muy alta, o está muy contaminado, entonces hay que considerar el uso de la anemometría laser.

Capítulo 7

Bibliografía

Bibliografía

- [1] Coughanor, D.R., & L.B. Koppell, Process Systems Analysis and Control, McGraw-Hill, New York, 1965
 - [2] Denn, M.M., Process Modelling, Longman, New York & London, 1986
 - [3] Franks, R.G.E., Modelling, and Simulation in Chemical Engineering, John Wiley & Sons Inc., New York, 1972
 - [4] Gould, L.A., Chemical Process Control: theory and Applications, Addison-Wesley, 1969
 - [5] Luyben, W.L., Process Modelling, Simulation, and Control for Chemical Engineers, McGraw-Hill, Kogakusha, Tokio, 1973
 - [6] A. Papoulis, Probability, Random Variables and Stochastic Processes, McGraw Hill, New York, 1965
 - [7] Capítulo 1: Introduction to Modern Control Theory, in: F.L. Lewis, Applied Optimal Control and Estimation, Prentice-Hall, 1992.
 - [8] R. Goldstein, Fluid Mechancis Measurements, 2nd Edition, Taylor and Francis, 1980.
 - [9] P. Freymouth, Frequency response and electronic testing for constant temperature hot-wire anemometers, J. Phys. E: Sci. Instrum. **10**, 705, 1977.
 - [10] Comte-Bellot G, Hot wire anemometry, Annu. Rev. Fluid Mech. **8**, 209, 1976.
 - [11] www.tsi.com
 - [12] R. Werlinger, Diseño y construcción de un anemómetro de hilo caliente. Memoria de Ingeniero Civil Eléctrico, U. de Chile. 2000.
-