

MA609 Análisis II. Semestre 2010-02

Profesor: Rafael Correa Auxiliares: Christopher Hermosilla y Emilio Vilches

Clase auxiliar # 6

6 de octubre de 2010

1. Sobre ℓ^∞ considere $C = \{u \mid \liminf_n u_n \geq 0\}$. Mostrar que C es un cerrado fuerte, no cerrado débil-*.
Indicación: Considere $u_k^n = -1_{k \leq n}$.
Sea E un e.v.n.

2. Sea $\varphi: E' \rightarrow \mathbb{R}$ lineal continuo para $\sigma(E', E)$. Muestre que:

$$\exists x \in E, \forall \ell \in E', \varphi(\ell) = \ell(x).$$

Indicación: Pruebe que existe U de la forma $\{\ell \mid |\ell(x_i)| \leq \varepsilon_i\}$ contenido en $\varphi^{-1}((-1, 1))$, defina $\varphi_i(\ell) = \ell(x_i)$ y pruebe que $\varphi = \sum_i \lambda_i \varphi_i$.

Denotamos $\varphi = \varphi_x$.

3. Muestre que un hiperplano H de E' , cerrado para $\sigma(E', E)$ es el núcleo de una forma lineal $E' \rightarrow \mathbb{R}$ continua para $\sigma(E', E)$.
Indicación: Use H-B.
4. Sea E un espacio de Banach no reflexivo. Muestre que existe una forma lineal ψ sobre E' que no es de la forma φ_x . Muestre que el núcleo de ψ es un hiperplano cerrado fuerte, pero no es cerrado débil-.*.