

## PROGRAMA DE CURSO

Código	Nombre			
<b>MA3802</b>	<b>TEORÍA DE LA MEDIDA</b>			
Nombre en Inglés				
<b>MEASURE THEORY</b>				
SCT	Unidades Docentes	Horas de Cátedra	Horas Docencia Auxiliar	Horas de Trabajo Personal
9	15	5.0	2.0	8.0
Requisitos			Carácter del Curso	
MA3801 Análisis			Obligatorio (Licenciatura Ing. Mat.)	
Resultados de Aprendizaje				
El estudiante comprende los elementos básicos de la teoría de la medida e integración: medida, integral, teoremas de convergencia, espacios $L^p$ y dualidad, Teorema de Radon-Nykodin, medida producto, medida de Lebesgue en $R^n$ y las construcciones básicas de medidas en productos infinitos.				

Metodología Docente	Evaluación General
<p>Las metodología aplicada en el curso serán:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Clases de cátedra expositivas.</li> <li>• Clases auxiliares: exposición de problemas y resolución de problemas guiados.</li> </ul>	<p>Las instancias de evaluación serán:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 2 ó 3 controles parciales</li> <li>• un examen final.</li> <li>• Pueden existir tareas para complementar la evaluación.</li> </ul>

### Resumen de Unidades Temáticas

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
<b>1</b>	<b>Espacios de medida</b>	<b>2.5</b>
<b>2</b>	<b>Funciones integrables y teoremas de convergencia</b>	<b>2.5</b>
<b>3</b>	<b>Espacios <math>L^p</math></b>	<b>1</b>
<b>4</b>	<b>Funciones absolutamente continuas</b>	<b>1</b>
<b>5</b>	<b>Teorema de Radon-Nykodin. Dualidad en los espacios <math>L^p</math></b>	<b>2</b>
<b>6</b>	<b>Medida producto</b>	<b>1</b>
<b>7</b>	<b>Medida de Lebesgue en <math>R^n</math></b>	<b>2</b>
<b>8</b>	<b>Medidas de Radon</b>	<b>1</b>
<b>9</b>	<b>Aplicaciones a Probabilidades</b>	<b>2</b>
	<b>TOTAL</b>	<b>15</b>

### Unidades Temáticas

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
1	<b>ESPACIOS DE MEDIDA</b>	2
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Construcción de una medida.</li> <li>2. Teorema de Carathéodory y Hahn.</li> <li>3. Medida de Lebesgue-Stieltjes.</li> <li>4. Medida de Lebesgue.</li> <li>5. Medidas regulares.</li> <li>6. Medidas con signo.</li> </ol>	<p>El estudiante</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Aprende las nociones básicas de medida y su construcción vía la extensión de Carathéodory.</li> <li>2. Conoce los ejemplos más importantes de medidas en <math>\mathbf{R}</math>, el problema de regularidad de medidas y las medidas con signo.</li> </ol>	3,8,9

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
2	<b>FUNCIONES INTEGRABLES</b>	2
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Funciones medibles.</li> <li>2. Aproximación por funciones simples.</li> <li>3. Definición de integral.</li> <li>4. Teorema de convergencia monótona.</li> <li>5. Lema de Fatou.</li> <li>6. Teorema de convergencia dominada de Lebesgue.</li> <li>7. Integral de Riemann y su relación con la integral de Lebesgue.</li> <li>8. Teorema de Egoroff.</li> <li>9. Teorema de Lusin.</li> </ol>	<p>El estudiante</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Comprende el rol de las funciones medibles en la teoría de integración y el rol de las funciones simples en esta teoría.</li> <li>2. Aprende los teoremas básicos de convergencia y su aplicación. Además entiende la relación con la integral de Riemann introducida en los primeros cursos de Cálculo.</li> </ol>	3,8,9

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
3	<b>ESPACIOS <math>L^p</math></b>	1
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
1. Relación de equivalencia c.t.p. 2. Espacios $L^p$ y las normas asociadas. 3. Desigualdad de Hölder 4. Completitud de los espacios $L^p$ 5. Relación entre la convergencia en norma $p$ y otras nociones de convergencia. Relaciones entre los distintos espacios $L^p$	El estudiante 1. Comprende la construcción de los espacios $L^p$ y sus propiedades básicas. 2. Conoce y aprende a usar la desigualdad de Hölder. Entiende la completitud de estos espacios y en particular entiende que $L^2$ es un espacio de Hilbert. También relaciona las distintas nociones de convergencia y la convergencia c.t.p.	3,8,9

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
4	<b>FUNCIONES ABSOLUTAMENTE CONTINUAS</b>	1
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
1. Diferenciabilidad de funciones monótonas. 2. Funciones de variación acotada. 3. Funciones absolutamente continuas.	El estudiante 1. Aprende la diferenciabilidad c.t.p. de funciones monótonas, la diferenciabilidad de una integral y el problema de la reconstrucción de una función a partir de su derivada.	1,4,6,8

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
5	<b>TEOREMA DE RADON-NYKODIN. DUALIDAD EN LOS ESPACIOS <math>L^p</math></b>	2
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Medidas absolutamente continuas y singulares.</li> <li>2. Teorema de Radon-Nykodin</li> <li>3. Dualidad en los espacios <math>L^p</math></li> </ol>	<p>El estudiante</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Comprende el problema general de representación de una medida con respecto a otra y la existencia de una densidad. Además entiende la absoluta continuidad de la integral. Aplica el Teorema de Radon-Nykodin al problema de la dualidad en los espacios <math>L^p</math></li> </ol>	3,8,9

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
6	<b>MEDIDA PRODUCTO</b>	2
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
1. Conjuntos medibles en el espacio producto 2. Fibras y construcción de la medida producto 3. Teorema de Tonelli y Teorema de Fubini	El estudiante: 1. Comprende la extensión de medidas unidimensionales a varias dimensiones y el Teorema de Fubini como herramienta básica del cálculo de integrales iteradas.	3,6,8,9

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
7	<b>Medida de Lebesgue en <math>\mathbf{R}^n</math></b>	2
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
1. Medida de Lebesgue en $\mathbf{R}^n$ , su construcción y propiedades básicas. 2. Teorema del cambio de variables 3. Convolución y regularización de funciones 4. Compacidad en los espacios $L^p$ de un dominio de $\mathbf{R}^n$	El estudiante 1. Comprende la construcción de la medida de Lebesgue en $\mathbf{R}^n$ como una medida producto. Entiende el Teorema de cambio de variables y la invarianza de la medida de Lebesgue bajo traslaciones. Aplica estos conocimientos a la convolución de funciones y la regularización de funciones. Aprende criterios básicos de compacidad en los espacios $L^p$ de un dominio de $\mathbf{R}^n$ .	1,6,8,9

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
8	<b>MEDIDAS DE RADON</b>	1
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
1. Medidas de Radon 2. Teorema de representación de Riesz 3. El dual de $C(K)$	El estudiante 1. Comprende la importancia de las medidas de Radon y su relación con funcionales lineales continuos sobre las continuas de un espacio topológico.	3,8,9

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
9	<b>APLICACIONES A PROBABILIDADES</b>	2
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
1. Medida producto generales 2. Teorema de consistencia de Kolmogorov 3. Esperanzas condicionales	El estudiante: 1. Aprende los rudimentos básicos de la teoría de procesos estocásticos como la medida producto en $\mathbf{R}^T$ . Entiende la independencia estocástica y construye los ejemplos básicos de la teoría. Además aprende la noción de esperanza condicional y versiones regulares de ésta.	8

Bibliografía
(1) Evans L., Gariepy R. "Measure Theory and fine properties of Functions", CRC press, Boca Raton, FL, 1992. (2) Friedmann A. "Foundations of Modern Analysis", Dover Publications, New York, 1982. (3) Halmon P. "Measure Theory", Van Nostrand, New York, 1950. (4) Kolmogorov A., Fomin S. "Elements of the Theory of Functions and Functional Analysis", Ed. MIR, Moscú, 1957. (5) Royden H. L. "Real Analysis", Mac Millan Publishing Co., New York, 1988. (6) Rudin W. "Real and Complex Analysis", 3rd ed., McGraw-Hill, New York, 1987. (7) Saks S., "Theory of the Integral", Murray Printing Co., Wakefield, 1937. (8) San Martín J. "Medida e integración", apuntes del curso de medida Departamento de Ingeniería Matemática, U. De Chile, Santiago, primera ed. 1996, última ed. 2009. (9) Wagschal C. "Cours d'Analyse, Chapitre 6, Integration", apuntes de curso de la Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 1978.

Vigencia desde:	2007 (Ex MA46B Programa 2000-2 en adelante)
Elaborado por:	2009: Jaime San Martín
Revisado por:	2009: Axel Osses 2010 Michal Kowalczyk (Jefe Docente) Área de Desarrollo Docente (ADD)