MA37A Optimización. Semestre 2005-2
Profesor: Héctor Ramírez C. **Auxiliares:** Francisco Jara, Oscar Peredo.

Control 1

P1. La empresa FALAFEA planea promocionar su producto estrella el *super cuchillo ACME*. Para esto debe decidir si invertir en publicitar en el prime-time de televisión abierta, o en la revista top del momento "La Clínica", de manera de llegar a tres grupos de personas claramente definidos: Adolescentes (A), Dueñas de casa (D), y hombres retirados (R).

El cobro por minuto de publicidad en TV horario prime-time es de $600.000, mientras que el costo por página de publicidad en "La Clínica" asciende a $500.000. Según recientes estudios de mercado se estima que la *llegada* (o influencia) a cada uno los grupos objetivos (A, D, y R), medida en millones de personas, de un minuto de TV prime-time o de una página en la revista "La Clínica" viene dada por la siguiente tabla:

Medio	A	D	R	Costo
TV	5	1	3	600M
Revista	2	6	3	500M

Con esta información, FALAFEA se propone llegar al menos a: 24 millones de adolescentes, 18 millones de dueñas de casa, y 24 millones de hombres retirados, con el menor costo posible.

Modele este problema como un PL y resuélvalo gráficamente.

¿A cuántos adolescentes, dueñas de casa, y hombres retirados se estima que llegara esta publicidad?. En caso que cada una de estas personas comprara el cuchillo, ¿Cuánto ganaría FALAFEA?

P2. Se desea maximizar la carga transportada dentro de un container. Tenemos cinco tipos de materiales distintos (A, B, C, D y E), cuyos pesos y volúmenes totales son los siguientes:

tipo	peso [kg]	volumen $[m^3]$
A	1	3
B	2	3
C	8	4
D	2	4
E	5	2

Debe saber que la principal restricción concierne la capacidad del container dada por $7m^3$.

¿Que fracción del total de cada material ira en el container? Modele el problema como un PL y resuélvalo usando el método simplex (no necesita más de 4 iteraciones).

Indicación: Al momento de escoger una variable de entrada a la base, elija la de costo asociado más negativa.

P3. Definamos la *envoltura convexa* de un conjunto de puntos $\{x_1, ..., x_m\} \subset \mathbb{R}^n$ por

$$\mathrm{co}(\{x_1, ..., x_m\}) := \left\{ z = \sum_{i=1}^{m} \lambda_i x_i \quad ; \quad \lambda_i \in [0,1] \; \forall i = 1, .., m, \quad \sum_{i=1}^{m} \lambda_i = 1 \right\},$$

es decir todas las combinaciones convexas posibles de los puntos x_i.

(a) (1pto.) Demuestre directamente que $S := \mathrm{co}(\{x_1, ..., x_m\})$ es convexo.

(b) (1.5ptos.) Más aún, demuestre que S es el convexo más pequeño (en el sentido de la inclusión) que contiene los puntos $\{x_1, ..., x_m\}$, es decir, que si para cualquier otro convexo C se tiene que $\{x_1, ..., x_m\} \subset C$ entonces necesariamente $S \subseteq C$.

Indicación: Realice inducción sobre la cantidad de puntos m.

(c) (1.5ptos.) Pruebe que todo punto extremo de S es necesariamente uno de los puntos x_i.

(d) (1.5ptos.) Sean $A = \{a_1, ..., a_l\} \subset \mathbb{R}^{m_a}$ y $B = \{b_1, ..., b_k\} \subset \mathbb{R}^{m_b}$. Demostrar que

$$\mathrm{co}(A \times B) = \mathrm{co}(A) \times \mathrm{co}(B).$$

(e) (1.5ptos.) Calcule los puntos extremos del hipercubo en $\mathbb{R}^n$:

$$[0,1]^n := \{z = (z^i) \in \mathbb{R}^n \,;\, z^i \in [0,1] \, \forall i = 1, ..., n\}.$$

Indicación: Vea primero cuales son los puntos extremos en los casos $n = 1$, $n = 2$ y $n = 3$. Dibuje. Luego en el caso general, deberá aplicar la parte (d) y (c), respectivamente.