

MA37A Optimización. Semestre Primavera 2006

Profesor: Héctor Ramírez C. **Auxiliares:** Rodrigo Lopez, Oscar Peredo.

Control 1

- P1.** (a) Computadores Bell produce dos tipos de productos: notebooks y desktops. Con el fin de maximizar las ganancias de la empresa, computadores Bell le pide a usted que planifique la producción de este mes de la compañía usando programación lineal.

El proceso productivo es bastante complejo, para simplificarlo sólo consideraremos las siguientes restricciones:

- (i) Cada computador requiere un chip procesador, y se cuenta con sólo 10000 chips de este tipo.
- (ii) Cada computador requiere memoria RAM. Esta viene en chips de 512MB. Un notebook se vende con 512MB de memoria RAM instalada (es decir un sólo chip), mientras que un desktop se vende con 1024MB de memoria RAM (es decir dos chips). Gracias a un excelente negocio se cuenta con un stock de 15000 chips.
- (iii) Cada computador requiere cierto tiempo para su armado. Dadas sus arquitecturas, un notebook necesita 4 minutos mientras que un desktop necesita 3 minutos de armado. Computadores Bell cuenta con 25000 minutos disponibles para armado durante el próximo mes.

Finalmente, dada las actuales condiciones del mercado, cada notebook producido genera una ganancia de \$300000, mientras que cada desktop producido genera una ganancia de \$400000.

Resuelva este problema usando resolución gráfica y responda: ¿Cuántos notebooks y desktops se producirán en el mes? ¿Cuál es la ganancia máxima que puede tener computadores Bell?

- (b) En clases hemos usando reiteradamente las siguientes propiedades:

- (i) El punto $x = 0 \in \mathbb{R}^n$ es punto extremo del poliedro

$$\mathcal{P} := \{x \in \mathbb{R}^n; Ax \leq b, x_i \geq 0 \forall i = 1, \dots, n\}$$

donde $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ y $b \in \mathbb{R}^m$ es un vector de componentes positivas.

- (ii) Escribiendo $\mathcal{P}$ en su forma estándar:

$$\tilde{\mathcal{P}} := \{(x, u) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m; Ax + u = b, x_i \geq 0 \forall i = 1, \dots, n, u_j \geq 0 \forall j = 1, \dots, m\},$$

se tiene la siguiente equivalencia:

$$\bar{x} \text{ es punto extremo de } \mathcal{P} \Leftrightarrow (\bar{x}, \bar{u} := b - A\bar{x}) \text{ es punto extremo de } \tilde{\mathcal{P}}.$$

Demostrar ambas aseveraciones.

- P2.** Un comerciante debe trasladar en su camioneta tres productos orgánicos (A,B,C) desde la casa matriz hacia una sucursal de venta, con el fin de asegurar el abastecimiento de esta sucursal. Como este comerciante fue alumno de optimización, él sabe que puede hacerlo minimizando el gasto en combustible.

En efecto, este gasto es directamente proporcional a la carga transportada, pero como el comerciante no tiene ninguna balanza a mano, decide considerar las densidades indicadas en las etiquetas de las cajas (ver la tabla). Al momento de cargar se da cuenta que la camioneta tiene una capacidad máxima de 100 m^3 .

Por otro lado, estrictas leyes sanitarias rigen el transporte de productos orgánicos. Específicamente, la ley dice que cierto coeficiente, llamado *factor orgánico* (*f.o.*), debe ser exactamente igual a 20 f.o. por viaje. En la siguiente tabla se indica la cantidad de unidades y el factor orgánico de cada caja para cada producto. Cada caja transportada mide 1 m^3 , cualquiera sea el producto.

	Producto A	Producto B	Producto C
Densidades por caja $\frac{kg}{m^3}$	3	9	12
Unidades por caja $\frac{unid.}{m^3}$	2	3	4
Factor Orgánico por caja $\frac{f.o.}{m^3}$	0	1	4

Finalmente, como los productos A y B son sustitutos entre sí, se necesitan disponibles para su venta en la sucursal al menos 60 unidades de cualquier combinación de ambos.

- (a) (4 ptos.) Modele el problema del comerciante mediante programación lineal y resuélvalo usando FASE I y FASE II del algoritmo SIMPLEX. Responda lo siguiente: ¿Cuántas *unidades* de cada producto se transportan a la sucursal? ¿Cuánto peso lleva la camioneta? ¿Queda espacio libre en la camioneta? ¿Cuánto?
- (b) (2 ptos.) Encuentre el problema dual del problema de la parte 1 y compruebe que $(y^*)^T = (0, 3, 3/2)$ es solución de este problema (para cierto orden de las restricciones). Dado estos resultados, responda lo siguiente: ¿Cuál es el costo marginal asociado a un cambio en la demanda de los productos A y B? ¿Cuánto debería pagar el comerciante por cambiar la camioneta a una de mayor capacidad? Explique.

Recientemente la ley sanitaria ha sido modificada permitiendo transportar 18 f.o. por viaje, ¿en cuánto se estima el peso que llevará ahora la camioneta?

Tiempo: 2 horas.
Sin calculadora. Sin consultas.