

MA3701 Optimización. Semestre Primavera 2010

Profesor: Héctor Ramírez C. **Auxiliares:** Francisco Unda, Mauro Escobar.

Auxiliar #5

P1. Uno de los principales deberes que tiene el equipo de sistemas de la Escuela de Ingeniería de la Universidad de Chile es velar por el correcto funcionamiento de sus servidores, asegurando el cumplimiento diario de los servicios informáticos de los distintos departamentos, tratando de obtener una velocidad óptima en el envío de todos los datos. Para esto, se puede controlar cuanta información (medida en Terabytes TB) envía mediante cada uno de los tres servidores disponibles: x_1 , x_2 y x_3 , sabiendo que el primer y tercer servidor transmite 1 TB en una hora, mientras que el segundo lo hace en 2 horas.

Así, debemos asegurar los 6 TB enviados por la unidad DIM-CMM (Departamento de Ingeniería Matemática y Centro de Modelamiento Matemático), los 5 TB enviados por los estudiantes de Plan Común, y los 4 TB enviados por el resto de los departamentos. Por otro lado, por cada TB enviado con el primer servidor 1/2 TB corresponden al DIM-CMM, y 1/4 corresponden tanto al Plan Común como al resto de los departamentos, mientras que para los servidores 2 y 3, estas fracciones corresponden a 1/3, 1/3, 1/3, y 1/4, 1/2, 1/4, respectivamente.

- (a) Modele el problema de minimizar los tiempos de envío de la información mediante programación lineal y resuélvalo usando SIMPLEX (Primal o Dual). Debería obtener, salvo reordenamiento de las variables y los valores bajo la columna x_2 , el siguiente tableau optimal:

x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	$-z$
0	2/3	0	0	0	4	-16
1	4/3	0	0	4	-8	12
0	0	1	0	-4	4	4
0	1/3	0	1	1	-3	1

- (b) Demuestre, usando el teorema de dualidad débil, que $y^* = (0, 0, 4)^\top$ es solución del problema dual asociado al problema lineal obtenido en (a). Con esta información, puede estimar cuántos horas más tardará si repentinamente el resto de los departamentos requiere enviar 5 TB? Responda la misma pregunta en caso que ahora repentinamente la unidad DIM-CMM requiera enviar 8 TB. Explique este último resultado.

Las siguientes preguntas se responden a partir del tableau optimal dado en la parte (a).

- (c) Gracias a una actualización de los softwares de los servidores, las velocidades de transmisión de datos podría mejorar en media hora por cada TB enviado para cada servidor. ¿Cuál sería la nueva distribución de los datos en los servidores? ¿Cuánto tiempo se requeriría en total para el envío de toda la información diaria?
- (d) A partir del próximo mes el resto de los departamentos requerirá enviar 5 TB. Calcule la nueva distribución de los datos en los servidores para el próximo mes. ¿Cuántos segundos más se tardará? Otro escenario posible es que la unidad DIM-CMM requiera el próximo mes 8 TB en lugar de 6. Responda las mismas preguntas. Compare con las estimaciones dadas en la parte (b) y explique las diferencias y similitudes.
- (e) Se está evaluando la opción de adquirir un cuarto servidor que transmite un TB por hora y que repartiría la información a las tres unidades por igual (1/3 cada uno). Calcule el tiempo requerido para cumplir con

el envío de la información usando este nuevo servidor. Si la Universidad de Chile esta dispuesta a pagar \$10.000 por cada hora ahorrada en el día, ¿cuánto es lo máximo que esta dispuesta a pagar mensualmente (30 días) por este nuevo servidor?

- (f) Se estudia tarificar el envío de la información, asignando un precio de \$10.000 al envío de un TB usando el primer servidor, \$5.000 para el segundo y \$6.000 para el tercero. Con esto, se impondrá que el gasto diario relacionado con estos envíos no supere los \$40.000. ¿Cuál sería la nueva distribución de los datos en los servidores si esta tarificación se concreta?

P2. Se le asignado un monto de \$10,000,000 para invertirlos en distintos instrumentos bancarios. Como posibles instrumentos consideramos 2 tipos de inversiones en renta variable, fondos mutuos y acciones, los cuales rentan un 4 % y 5 % anualmente, respectivamente, y 1 tipo de inversión en renta fija, el cual renta un 3 %.

Para evitar perdidas inesperadas, causadas por los vaivenes del mercado, se le pide invertir en renta fija al menos un 20 % del total invertido en renta variable.

- (a) Modele el problema de maximizar las ganancias asociadas a la inversión descrita anteriormente, mediante programación lineal y resuélvalo usando SIMPLEX. Identifique el tableau optimal.
- (b) Hay especulaciones que dicen que el banco central aumentaría la tasa de interés, esto implicaría un aumento en la renta fija, de 3 % a $3 + \lambda$ %. ¿Para que valores de λ el plan de inversiones anterior no cambiaría?
- (c) Le han asignado \$1,000,000 extras para invertir. ¿Cómo se invertirá este nuevo monto?
- (d) El mercado le da acceso a un nuevo instrumento a renta variable, las opciones, las cuales rentan a 6 %. ¿Cuál será ahora el plan de inversiones?
- (e) Nuevas reglas del mercado obligan a invertir en fondos mutuos y/o renta fija, *exactamente* un 40 % del total de las inversiones en renta variable. Agregue esta nueva restricción y realice, si es necesario, un nuevo plan de inversiones.