

MA3701 Optimización. Semestre Primavera 2010**Profesor:** Héctor Ramírez C. **Auxiliares:** Francisco Unda, Mauro Escobar.**Auxiliar #1****P1.** Resuelva en forma gráfica

$$\begin{aligned} &\max_{x_1, x_2} 5x_1 + 4x_2 \\ &\text{s.a.} \\ &x_1 - 3x_2 \leq 3, \\ &2x_1 + 3x_2 \leq 12, \\ &-2x_1 + 7x_2 \leq 21, \\ &x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

P2. Resuelva en forma gráfica

$$\begin{aligned} &\max_{x_1, x_2} 6x_1 - 12x_2 \\ &\text{s.a.} \\ &-3x_1 + 6x_2 \leq 9, \\ &6x_1 - 5x_2 \leq 30, \\ &-9x_1 - 4x_2 \leq 36. \end{aligned}$$

P3. Resuelva en forma gráfica

$$\begin{aligned} &\max_{x_1, x_2} -x_1 + 13x_2 \\ &\text{s.a.} \\ &-9x_1 + 5x_2 \leq 15, \\ &x_1 + 8x_2 \leq 8, \\ &7x_1 + 9x_2 \leq 21. \end{aligned}$$

P4. Modele el siguiente problema como uno de optimización: Se quiere determinar la composición de una mezcla de compuestos en equilibrio químico. La segunda ley de la termodinámica nos dice que a temperatura y presión constante, una mezcla está en equilibrio cuando la energía libre de la mezcla se reduce al mínimo. Así, la composición de la mezcla se puede encontrar minimizando esta energía.

m = # de elementos químicos en la mezcla.

n = # de compuestos en la mezcla.

x_j = # de moles del compuesto j , $1 \leq j \leq n$.

s = # total de moles de la mezcla, $s = \sum_{j=1}^n x_j$.

a_{ij} = # de átomos del elemento i en una molécula del compuesto j .

b_i peso atómico del elemento i en la mezcla, $1 \leq i \leq m$.

Cada compuesto debe tener un número no-negativo de moles, es decir $x_j \geq 0$, $1 \leq j \leq n$. Además se debe cumplir una relación de equivalencia de masas: $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j = b_i$, $1 \leq i \leq m$. La energía libre total de la mezcla está dada por la siguiente fórmula.

$$f(x) = \sum_{j=1}^n x_j (c_j + \log(\frac{x_j}{s}))$$

donde los c_j son parámetros conocidos, que dependen de que elementos están involucrados en la mezcla.

- P5** Modele el siguiente problema como uno de optimización: Se tienen m plantas productoras y n bodegas. La planta i genera una cantidad s_i de productos y la bodega j puede almacenar d_j productos. El costo de transportar un producto desde la planta i hasta la bodega j es de c_j . Encontrar el número de productos que se deben enviar a cada bodega, de modo que minimize el costo de transporte.
- P6** Modele el siguiente problema como uno de optimización: Se tienen N números $c_1, \dots, c_N$ cuyo orden es σ . Esto es, $c_{\sigma(1)} \leq \dots \leq c_{\sigma(n)}$. Encontrar el valor de $\sum_{i=1}^K c_{\sigma(i)}$, con $K \leq N$ fijo.
- P7** Modele el siguiente problema como uno de optimización: En $\mathbb{R}^n$ se tienen m puntos $x_1, \dots, x_m$. Estos puntos podrían ser observaciones de un sistema, por ejemplo la primera coordenada podría ser la temperatura, la segunda la presión, etc. La idea es llevar estos puntos a una recta en el plano, perdiendo la menor cantidad posible de información. En otras palabras queremos encontrar la recta en $\mathbb{R}^n$ tal que la proyección de los puntos a esta recta, maximiza la varianza empírica.