Clase Auxiliar N°5: Probabilidades y Estadística

Profesor: Roberto Cortez

Auxiliares: Victor Carmi - Darío Cepeda

23 de Septiembre del 2010

1. Supongamos que la duración en minutos de las llamadas telefónicas sigue una distribución dada por la función $F_X(x) = 1 - (\frac{e^{-x/3}}{2}) - (\frac{e^{-\lfloor x/3 \rfloor}}{2}), \forall x \geq 0$, siendo X la variable aleatoria que mide la duración (en minutos) de una llamada telefónica. Calcular la probabilidad de que la duración de una llamada cualquiera sea:
   a) superior a 6 minutos
   b) igual a 6 minutos

2. En una universidad se ha observado que el 70 % de los estudiantes que se matriculan lo hacen en una carrera de Ciencias, mientras que el otro 30 % lo hacen en carreras de Humanidades. Si un determinado día se realizan 30 matrículas, calcular la probabilidad de que:
   a) haya igual número de matrículas en Ciencias y en Humanidades.
   b) haya al menos 18 matrículas en Ciencias.
   c) Si las 10 primeras matrículas son de Humanidades, calcular la probabilidad de que:
      1) en total haya igual número de matrículas en Ciencias y en Humanidades.
      2) en total haya al menos 6 en Ciencias más que en Humanidades.

3. Sean $X \sim Uniforme[0,1]$ y g una función definida como: $g(x) = \begin{cases} x, & \text{si } x \leq 1/2 \\ x - 1/2, & \text{si } x > 1/2 \end{cases}$
   Definamos la variable aleatoria $Y = g(X)$. Hallar la función de distribución de Y y su función de densidad.

4. Sea $X \sim exp(1)$, defina $g(x) = \begin{cases} x, & \text{si } x \leq 1 \\ 1/x, & \text{si } x > 1 \end{cases}$. Sea $Y = g(X)$. Calcule f_Y.

5. <u>*Definición*</u>*: X e Y variables aleatorias se dicen independientes si* $\forall A \subseteq \mathbb{R}, \forall B \subseteq \mathbb{R}$ *se tiene*
   $$\mathbb{P}(X \epsilon A, Y \epsilon B) = \mathbb{P}(X \epsilon A)\mathbb{P}(Y \epsilon B)$$
   a) Sean X_1, X_2 v.a. independientes a valores en $\mathbb{Z}$. Sea $W = X_1 + X_2$. Encuentre la distribución de W.
   b) Si $X_1 \sim Poisson(\lambda_1)$,$X_2 \sim Poisson(\lambda_2)$ y son independientes, pruebe que $X_1 + X_2 \sim Poisson(\lambda_1 + \lambda_2)$.
   c) Sean $X_1 \sim exp(\lambda_1)$,$X_2 \sim exp(\lambda_2)$, independientes. Sea W=min$\{X_1, X_2\}$. Calcule la función de densidad de W.