

MA3403 - Probabilidades y Estadística.**Profesor:** Raul Gouet. **Auxiliares:** Franco Basso, Cristian Prado.

Auxiliar 12

5 de Noviembre 2010

P1. Sea $(X_i)_{i=1}^{\infty}$ sucesión iid de variables aleatorias tal que $E(X_1) = 0$, $Var(X_1) = 2$. Consideremos la variable $Z_n = \sum_{j=1}^{2n} (-1)^j X_j$. Usando el Teorema Central del Limite encuentre una aproximación de $P(Z_n > \sqrt{n})$.

P2. Sean $(X_i)_{i \in \mathbb{N}}$ sucesión de variables aleatorias iid. Suponga que $E(X_i) = 0$ y $E(X_i^2) < \infty$. Sea $Y_i = \frac{X_i + X_{i+1}}{2}$. Demuestre que $\frac{1}{n} \sum_{i=0}^n Y_i \rightarrow 0$ cs.

P3. Sean $(X_i)_{i \in \mathbb{N}}$ sucesión de variables aleatorias iid tal que $E(X_1) = \mu$ y $Var(X_1) = \sigma^2$ ambos parámetros conocidos. Defina la media empírica como $\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ y la varianza empírica como $\sigma_n^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_n)^2$

1) Calcule $E(\bar{X}_n)$ y $Var(\bar{X}_n)$.

2) Muestre que $\sigma_n^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i^2 - \bar{X}_n^2)$.

3) Calcule $E(\sigma_n^2)$.

4) Diga si la media y varianza empírica son insesgados o no como estimadores de la media y varianza respectivamente.