

## CONTROL #2 DE PROBABILIDAD

MA-3403 Prof. R. Gouet, 5/10/09

1. Un paracaidista aterriza en un punto aleatorio  $P$  sobre el camino (posiblemente curvo) que une dos ciudades  $A$  y  $B$ . Sea  $d_{AB} > 0$  la distancia entre las dos ciudades y sea  $Y$  la distancia entre  $A$  y  $P$ . Suponga que  $Y$  se distribuye uniformemente en el intervalo  $[0, d_{AB}]$ . Calcule la probabilidad de que el cociente entre la distancia de  $P$  a  $A$  sobre la distancia de  $P$  a  $B$  sea
  - a) (4pts.) mayor que  $r$ , donde  $r$  es un real positivo cualquiera;
  - b) (2pts.) igual a  $s$ , donde  $s$  es un real positivo cualquiera.

2. Un estudiante de derecho debe rendir un examen oral donde disertará sobre un tema entre 3 posibles. El estudiante sabe cuáles son los temas sobre los que será interrogado pero ignora cual de ellos le tocará. Esto lo decide el profesor, extrayendo al azar una ficha de una caja con 3 fichas numeradas de 1 a 3; el número de la ficha seleccionada indica el tema. El estudiante por su parte se prepara para la ocasión estudiando una cantidad aleatoria de temas (entre los tres posibles) y para ello lanza 3 veces independientemente una moneda con probabilidad de cara  $\mu \in (0, 1)$ . Si el lanzamiento  $i$  sale cara entonces estudia el tema  $i$ , de lo contrario, no lo estudia. Suponga, además, que el estudiante aprueba el examen si y solo si estudió el tema de su disertación.

Si el estudiante reprueba entonces tiene una nueva oportunidad de presentarse al examen en las mismas condiciones pero en el segundo examen los 3 temas son distintos de los anteriores y debe estudiar nuevamente, aplicando la estrategia descrita. Este proceso se repite indefinidamente, de manera independiente (siempre cambiando los temas) hasta que el estudiante aprueba.

Sea  $N$  la va definida como el número de intentos hasta aprobar (incluyendo el intento exitoso). Muestre que  $N$  tiene ley geométrica y calcule su parámetro como función de  $\mu$ .

- 3) Sean  $X, Y$  v.a. independientes, ambas con densidad exponencial de parámetro  $\lambda$ .
  - a) (3pts.) Use el método del Jacobiano para calcular la densidad conjunta del vector  $(U, V)$ , donde  $U = X/(X + Y)$ ,  $V = X + Y$ .
  - b) (2pts.) Calcule las densidades marginales de  $U$  y  $V$  y las condicionales  $U|V$  y  $V|U$ .
  - c) (1pt.) Establezca si  $U$  y  $V$  son independientes.