

MA3403 - Probabilidades y Estadística.**Profesor:** Raul Gouet. **Auxiliares:** Franco Basso, Cristian Prado.

Auxiliar 10

22 de Octubre 2010.

- P1.** Sea X variable aleatoria uniforme en el intervalo $[0, 1]$ Se observa X y, sabiendo que $X = x$, se considera la variable aleatoria Y uniforme en el intervalo $[0, \sqrt{x}]$
- Obtenga la densidad conjunta de (X, Y) .
 - Calcule $E(Y)$.
 - Obtenga la densidad marginal Y .
- P2.** Se ponen a funcionar en un mismo momento (que tomamos como tiempo 0) dos lamparitas de dos marcas distintas, A y B , que se dejan prendidas hasta que se rompan. Llamemos X al tiempo de duración de la lamparita A e Y al tiempo de duración de la lamparita B . Admitamos que X e Y son independientes, que X sigue una distribución exponencial de parametro $\lambda_1 > 0$ y que Y sigue una distribución exponencial de parametro $\lambda_2 > 0$. Llamemos S al tiempo en que ocurre la primera rotura de alguna de las dos lamparitas y T al tiempo en que se rompe la restante lamparita.
- Calcular las funciones de distribución de S y T .
 - Calcule $E(S)$ y $E(T)$.
 - Calcular $E(ST)$. Son S y T independientes? Justique la respuesta.
 - Calcular $P(S = T)$.
- P3.** Se considera la siguiente función $f_{XY} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$
- $$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} kxy & \text{si } x \in (0, 4), y \in (1, 5) \\ 0 & \text{si } \sim \end{cases}$$
- Hallar k para que f_{XY} sea la función de densidad conjunta de dos variables aleatorias X, Y absolutamente continuas.
 - Hallar las densidades marginales f_X y f_Y .
 - Hallar la distribución conjunta F_{XY} y las distribuciones marginales F_X y F_Y .
 - X e Y son independientes? Justique la respuesta.
 - Calcular $P(X \geq 3, Y \leq 2)$ y $P(X + Y > 4)$.