

CONTROL #1 DE PROBABILIDAD

MA-3403 Prof. R. Gouet, 24/08/09

1.

- (a) Sean A_1, \dots, A_n sucesos relativos a un espacio de probabilidad (Ω, P) , tales que

$$P(\cup_{i=1}^n A_i) = P(\cap_{i=1}^n A_i).$$

Muestre que $P(A_1) = P(A_2) = \dots = P(A_n)$. Indicación considere las inclusiones entre un suceso cualquiera, la unión y la intersección.

- (b) Tres compañías de TV cable se disputan un mercado de $n \geq 3$ clientes. Suponga que los clientes escogen al azar e independientemente la compañía que contratarán. Muestre que la probabilidad de que ninguna compañía se quede sin clientes es

$$1 - 3(2/3)^n + (1/3)^{n-1}.$$

2. Usted se encuentra en un vértice de un cuadrado y requiere desplazarse al vértice opuesto conduciendo su vehículo, ya sea por las aristas o por la diagonal (que lo conecta directo al vértice opuesto). El problema es que usted no lleva sus documentos al día y en cualquier arista o en la diagonal puede haber un policía que de seguro le cursará una multa si pasa por allí. Suponga que la probabilidad de que no haya policía en cualquier arista y en la diagonal es p , donde $p \in (0, 1)$. Suponga también que los sucesos de presencia de policías en los caminos son independientes.

- (a) Calcule la probabilidad $f(p)$ de que se pueda realizar el viaje sin que le cursen una multa. Compruebe la consistencia de su resultado evaluando $f(0)$ y $f(1)$.
- (b) Calcule la probabilidad de que haya exactamente un policía en el cuadrado.
- (c) Dado que hay exactamente un policía en el cuadrado pero usted ignora dónde, indique si conviene ir por la diagonal para minimizar la probabilidad de tener una multa.
3. Pedro es un mentiroso aleatorio y cada vez que habla miente con probabilidad p (o dice la verdad con probabilidad $1 - p$) independientemente de cualquier suceso al que se refiera. Además, Pedro es muy generoso y se ofrece para realizar el experimento de extraer al azar una bolita de una urna que contiene b blancas y n negras ($b + n$ en total).
- (a) Si Pedro nos comunica que la bolita es blanca, cuál es la probabilidad de que sea realmente blanca?
- (b) Suponga que Pedro desarrolla un rechazo al color negro, lo cual se expresa en que miente con probabilidad q si la bolita extraída es negra y con probabilidad p si la bolita extraída es blanca, siendo $q > p$. Dado que Pedro nos comunica que la bolita es blanca, cuál es la probabilidad de que así sea?