MA3403 - Probabilidades y Estadistica.
Profesor: Raul Gouet. **Auxiliares:** Franco Basso, Cristian Prado.

Solución Auxiliar 1

20 de Agosto 2010

P2. ii) Utilizaremos la fórmula $\mathbb{P} = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos totales}}$. Es fácil ver que $CT = n^n$. Para los casos favorables, consideremos primero que las primeras i bolitas están en su lugar. En este caso las primeras i bolitas están fijas. Cada bolita restante se puede colocar donde quiera menos en la urna con su número. Como son $n-i$ bolitas las restantes, nos queda que son $(n-1)^{n-i}$ casos. Para considerar que las i bolitas en su lugar no son necesariamente las primeras i basta multiplicar la expresión anterior por $\binom{n}{i}$. Asi nos queda:

$$\text{CF(i justos en su lugar)}=(n-1)^{n-i}\binom{n}{i}$$

Para que sean al menos k bolitas las que esten en su lugar debemos sumar sobre i, por lo que la expresión final queda:

$$\text{CF}=\sum_{i=k}^{n}(n-1)^{n-i}\binom{n}{i}$$

P3. Sean los eventos:
A="Dejar afuera a todos los Argentinos"
B="Dejar afuera a todos los Brasileños"
C="Dejar afuera a todos los Chilenos"

Consideremos la fórmula de inclusión-exclusión.

$$\mathbb{P}(A\cup B\cup C)=\mathbb{P}(A)+\mathbb{P}(B)+\mathbb{P}(C)-\mathbb{P}(A\cap B)-\mathbb{P}(A\cap C)-\mathbb{P}(B\cap C)+\mathbb{P}(A\cap B\cap C)$$

Nos interesa calcular $\mathbb{P}(A\cup B\cup C)$. Notemos primero que no es posible que los tres queden fuera por lo que $\mathbb{P}(A\cap B\cap C)=0$. Usando nuevamente la formula $\mathbb{P} = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos totales}}$ obtenemos.

$$\mathbb{P}(A)=\mathbb{P}(B)=\mathbb{P}(C)=\frac{\binom{8}{4}}{\binom{12}{4}}$$

$$\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A \cap C) = \mathbb{P}(B \cap C) = \frac{1}{\binom{12}{4}}$$

Calculando los números combinatoriales y reemplazando se obtiene que

$$\mathbb{P}(A \cup B \cup C) = \frac{23}{55}$$