Auxiliar 4 - Más sobre variables aleatorias

Cátedra: Probabilidades
Profesor: Alejandro Maass S.
Auxiliares: Raimundo Briceño, Gonzalo Contador

10 de septiembre, 2010

1. (Pregunta 5, Auxiliar 3)

2. *(Contraejemplo)* Sean X, Y v.a. independientes, cada una tomando valores 1 ó -1 con probabilidad $\frac{1}{2}$, y sea $Z = XY$. Mostrar que X, Y, Z son independientes de a pares. ¿Son independientes?

3. Sea $\{X_i : i \geq 1\}$ una familia de v.a. independientes y uniformemente distribuidas en $[0, 1]$. Sea $0 < x < 1$ y defina:

$$N = \min\{n \geq 1 : X_1 + \cdots + X_n > x\}.$$

   Muestre que $\mathbb{P}(N > n) = \frac{x^n}{n!}$.

4. *(Lack of memory property)* Sea X v.a. geométrica. Demostrar que:

$$\mathbb{P}(X = n + k | X > n) = \mathbb{P}(X = k)$$

   ¿Existe otra distribución en los enteros con tal característica?

5. En su bolsillo hay un número aleatorio N de monedas, donde $N \sim Poisson(\lambda)$. Se lanzan una a una las monedas al aire, con probabilidad p de que cada realización sea cara. Muestre que el número total de caras obtenidas en este proceso tiene distribución de Poisson con parámetro λp.

6. Sean X e Y v.a. independientes de Poisson con parámetros λ y μ, respectivamente. Muestre que:

   a) $X + Y$ es de Poisson, con parámetro $\lambda + \mu$.

   b) La distribución condicional de X, dado $X + Y = n$, es binomial y encuentre sus parámetros.