Auxiliar 2 - Variables aleatorias y distribuciones

Cátedra: Probabilidades
Profesor: Alejandro Maass S.
Auxiliares: Raimundo Briceño, Gonzalo Contador

30 de agosto, 2010

1. Se hacen n lanzamientos independientes con un dado ordinario de 6 lados. Calcular la probabilidad de que:

   a) el mayor de los números obtenidos sea k, con $k \in \{1, \ldots, 6\}$.

   b) el menor de los números obtenidos sea k, con $k \in \{1, \ldots, 6\}$.

2. Sean X, Y variables aleatorias binomiales independientes con parámetros (n, p) y (m, p), respectivamente. Calcular la distribución de $X + Y$.

3. *(Caracterización de la distribución normal)*

   Considerar X e Y la posición horizontal y vertical, respectivamente, del impacto de una bala con respecto a un blanco y asumir que:

   a) X e Y son variables aleatorias independientes continuas, con funciones de densidad diferenciables.

   b) La densidad conjunta depende sólo de $r^2 = x^2 + y^2$, es decir, existe una función $g : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R} \in \mathcal{C}^1$ tal que:

   $$f_{X,Y}(x, y) = g(x^2 + y^2)$$

   Demostrar que existe $\sigma \in \mathbb{R}$ tal que $X, Y \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$. Discutir sobre la distribución conjunta de (X, Y).

4. Sea $X_1, \ldots, X_n$ una familia de variables aleatorias exponenciales independientes con parámetros $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$, respectivamente.

   a) Probar que $Y = \min_{i=1,\ldots,n} X_i$ es una variable aleatoria exponencial. ¿Cuál es su parámetro?.

   b) Mostrar que $\mathbb{P}\left[X_k = \min_{i=1,\ldots,n} X_i\right] = \frac{\lambda_k}{\lambda_1 + \cdots + \lambda_n}, \forall k = 1, \ldots, n$.