

MA2601 - Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. Semestre 2010-02

Profesor: Julio López.

Auxiliares: Francisco Bravo, Sebastián Reyes Riffo.

Clase auxiliar 14 02/diciembre

P1. Resuelva

$$y^{(4)} + 3y'' - 4y = e^{-x} + x\cos(x)$$

P2. Encuentre la solución de la ecuación integro-diferencial

$$y'(t) + 2y(t) + \int_0^t y(\tau)d\tau = \begin{cases} t & 0 \leq t < 1, \\ 2 - t & 1 \leq t < 2, \\ 0 & 2 \leq t \end{cases}$$

sujeta a $y(0) = 1$.

P3. Sea A una matriz simétrica de $n \times n$ a coeficientes constantes, y supongamos que $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$ es diferenciable.

(i) Demostrar que $\frac{d}{ds}([Ay(s)]^T y(s)) = 2[Ay(s)]^T y'(s)$

(ii) Si y satisface la ecuación diferencial $y'' + Ay = 0$, demuestre que existe una constante $C \in \mathbb{R}$ tal que

$$\|y'(s)\|^2 + [Ay(s)]^T y(s) = C$$

P4. Sean A, B matrices de $n \times n$. Demuestre que $AB = BA$ ssi $e^{t(A+B)} = e^{tA}e^{tB}$ para todo $t \in \mathbb{R}$.

P5.

$$\begin{cases} x' &= x(10 - x - \frac{1}{2}y) \\ y' &= y(16 - y - x) \end{cases}$$

(i) Calcule y grafique las nulclinas en x e y .

(ii) Encuentre los puntos críticos del sistema. Determine las linealizaciones.

(iii) Calcule el Jacobiano del sistema y los valores propios en torno a ellos. Es degenerado el sistema?

(iv) Determine el tipo y estabilidad de los puntos críticos.

(v) Elabore los diagramas de fase cerca de los puntos críticos, indicando el sentido del tiempo y la dirección de las rectas tangentes y/o asíntotas.

(vi) Elabore un diagrama de fases global para $x \geq 0, y \geq 0$

P6(Ppto). Realice lo anterior para el sistema

$$\begin{cases} x' &= x^2 - 2x - xy \\ y' &= y^2 - 4y + xy \end{cases}$$