

MA2601 - Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. Semestre 2010-02**Profesor:** Julio López.**Auxiliares:** Francisco Bravo, Sebastián Reyes Riffo.**Clase auxiliar 10****29/Octubre****P1.** Resuelva el siguiente sistema, encontrando la matriz exponencial:

$$x'(t) = \begin{bmatrix} a & 0 & b \\ 0 & a & 0 \\ b & 0 & a \end{bmatrix} x(t)$$

P2. En lo que sigue, dados $U, V \in \mathbb{R}^n$, $\langle U, V \rangle$ denota el producto interno entre U y V . Observe que si identificamos los vectores de $\mathbb{R}^n$ con las matrices columna, entonces $\langle U, V \rangle = U^t V$.

1. Pruebe que si $U, V \in C^1(I)^n$, entonces:

$$\frac{d}{dt} \langle U(t), V(t) \rangle = \langle U'(t), V(t) \rangle + \langle U(t), V'(t) \rangle$$

2. Sean X_1 y X_2 soluciones del sistema lineal $X'(t) = AX(t)$, donde A es una matriz antisimétrica ($A^t = -A$). Pruebe que si $\langle X_1(t_0), X_2(t_0) \rangle = 0$ entonces $\langle X_1(t), X_2(t) \rangle = 0$, para todo t .

P3. 1. Calcule e^{tM} para $M = \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix}$ con $a, b \in \mathbb{R}$.

2. Sean $B = \begin{bmatrix} a & b & 0 & 0 \\ -b & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & b \\ 0 & 0 & b & a \end{bmatrix}$, con $a, b \in \mathbb{R}$, Calcular e^{tB} .

3. Encuentre la solución general del sistema $X' = AX$, para $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$