MA2601 - Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. Semestre 2010-02
Profesor: Julio López.
Auxiliares: Francisco Bravo, Sebastián Reyes Riffo.

Clase auxiliar 02
26/agosto

P1. Encuentre todas las soluciones de la ecuación de Bernoulli

$$\frac{dy}{dx} - xy + \frac{1}{4}(1+2x^2)y^3 = 0$$

y los intervalos máximos donde están definidas.
Hint: $(x^m e^{x^2})' = (mx^{n-1} + 2x^{m+1})e^{x^2}$

P2. Considere para $x > -1$ la ecuación de Ricatti

$$\frac{dy}{dx} + y - \frac{3}{2}\frac{y^2}{(1+x)^4} = 2(1+x)^3$$

(a) Encuentre la solución particular de la forma $y_1(x) = a(1+x)^b$

(b) Encuentre la solución general en forma implícita.

P3. Resuelva

$$y' = \frac{y^2 + \beta ty}{t^2 + \alpha ty}$$

P4. Para $f : I \times \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, considere el problema de Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) &= f(x, y(x)) \qquad \forall x \in I \\ y(x_0) &= y_0 \end{cases}$$

donde I es un intervalo simétrico que contiene al cero, f es continua, Lipschitziana en la segunda variable y $T-$periódica en primera, es decir

$$(\forall x \in I)(\forall y \in \mathbb{R}) \quad f(x+T, y) = f(x, y)$$

Demuestre que la solución al problema es $T-$periódica.

P5. Considere un estanque que está lleno con 1000 lts. de agua. Por un tubo conectado al estanque se hace ingresar una solución contaminada en la proporción 1 es a 100, con una tasa de 300 lts./min. Una bomba extrae líquido del estanque con una velocidad de 700 lts./min.

(a) Si $C(t)$ representa la cantidad de contaminante en el estanque en el instante t, medida en litros, deduzca el problema con valores iniciales que modela su evolución.

(b) Encuentre la solución al problema planteado. Indique en que instante se alcanza la máxima cantidad de contaminante en el estanque.