MA2002-2 Cálculo Avanzado y Aplicaciones
Profesor: Álvaro Hernández. **Auxiliares:** Felipe Maldonado, Francisco Collarte.

Auxiliar 5

21 de septiembre de 2010

$\boxed{\text{P1.}}$ *Problema 4 Control1 Hofer 2008*
Sea

$$\vec{f} = -\left(\frac{k}{r^2}\right)\vec{r}, \qquad (r = \|\vec{r}\|)$$

una fuerza central que mueve a una partícula P a lo largo de la hélice circular derecha Γ, definida por la función vectorial:

$$\vec{r}(\phi) = a\cos\phi\hat{i} + a\sin\phi\hat{j} + b\phi\hat{k} \quad (a > 0 \wedge b > 0)$$

Hallar el trabajo realizado por $\vec{f}$ al mover el punto P desde la posición $\phi = 0$ a la posición $\phi = \pi$.

$\boxed{\text{P2.}}$ *Problema 2 Control 2 Hofer 2008*
Evaluar utilizando el teorema de Green la integral de línea

$$\oint_\Gamma (xy + x + y)dx + (xy + x - y)dy$$

Si Γ es la circunferencia $x^2 + y^2 = Rx$, donde $R > 0$.

$\boxed{\text{P3.}}$ *P1 Repaso*
Sea F el campo vectorial dado por $F(x, y, z) = (x, y, z)$. Dada una superficie S regular , orientable y un vector fijo $v_0 \in \mathbb{R}^3$, demostrar que:

$$\int_S v_0 \cdot \hat{n} dA = \begin{cases} \frac{1}{2}\int_{\partial S}(v_0 \times F)\cdot dr & si \quad \partial S \neq \emptyset \\ 0 & si \quad S \text{ es una superficie cerrada} \end{cases}$$

Con ∂S el borde de S (si es que existe) regular a trozos y con orientación compatible a S.

$\boxed{\text{P4.}}$ *P5 guía 1, sección Integrales de trabajo*
Considere aquella curva sobre la superficie del paraboloide $x^2 + y^2 = z$, que al ser descrita en coordenadas cilíndricas satisface:

$$(P)\begin{cases} \frac{\partial^2\rho}{\partial\theta^2} = \rho \\ \rho(0) = 1 \\ \frac{\partial\rho}{\partial\theta}(0) = -1 \end{cases}$$

i) Obtenga una parametrización

ii) Dado el campo

$$\vec{F}(x,y,z) = \begin{pmatrix} z(1+xz)e^{xz+y} \\ xze^{xz+y} \\ x(1+xz)e^{xz+y} \end{pmatrix}$$

Considere una partícula confinada a moverse a través de la curva. Calcule el trabajo necesario para llevar a la partícula desde $z = 1$ a z_0, con $0 < z_0 \geq 1$ ¿Cuál es el trabajo para llevarla al origen?

$\boxed{\text{P5.}}$.

Probar que $\displaystyle\oint_\Gamma \frac{xdy - ydx}{x^2+y^2}$ es igual a 2π para cualquiera sea la curva de jordan, simple y regular Γ que contiene en su interior al origen.