

CÁLCULO AVANZADO Y APLICACIONES

AUXILIAR 2, AGOSTO 2010

P1. Considere el paraboloides de ecuación $x^2 + y^2 + z = 4R^2$ con $R > 0$ y el cilindro $x^2 + y^2 = 2Ry$. Calcule el área de la superficie definida por la porción del cilindro que queda fuera del paraboloides y entre $z = 0$ y $z = 4R^2$.

P2. Determine la masa total del casquete esférico $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, $z = 0$, suponiendo densidad superficial de masa $s(x, y, z) = x^2 + y^2$.

P3. Determine el área de la superficie parametrizada por $\vec{\varphi}(u, v) = (u^2, uv, \frac{v^2}{2})$ donde $0 \leq u \leq 1$, $0 \leq v \leq 3$.

P4. (Trompeta de Torricelli) Se define la Trompeta de Torricelli como la revolución en torno al eje OX de la función $f(x) = \frac{1}{x}$, considerando $x \in [1, \infty)$ (Resultando algo así como las trompetas que llevan los hinchas al estadio).

- (i) Parametrice esta superficie.
- (ii) Calcule el área de la Trompeta.
- (iii) Calcule el volumen. ¿Qué puede decir sobre los dos valores calculados?

P5. Al calcular el área de una superficie curva normalmente aparecen números irracionales, como π . El siguiente ejemplo muestra que no siempre esto es así.

- (a) Determinar el área de la superficie de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ incluida dentro del cilindro $x^2 + y^2 = ay$ (explote la simetría y use coordenadas cilíndricas).
- (b) Deduzca que el valor del área de la semi-esfera $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ con $y \geq 0$ que no está incluida dentro del cilindro es un cuadrado perfecto.