

MA2001-1 Cálculo en Varias Variables. Semestre 2010-2**Profesor:** Marcelo Leseigneur **Auxiliares:** Sebastián Bustamante y Víctor Verdugo**Auxiliar 16**

Martes 23 de Noviembre 2010

P1. Calcule el valor de las siguientes integrales dobles:

- a) $\int_{-1}^1 \int_{-2|x|}^{|x|} e^{x+y} dy dx$
- b) $\int_{-3}^0 \int_0^{y^2} (x^2 + y) dx dy$
- c) $\int_1^2 \int_{-1}^1 \int_0^1 (2x + 3y + z) dx dy dz$
- d) $\int_0^1 \int_0^{2x} \int_{x^2+y^2}^{x+y} dz dy dx$

P2. Calcule el valor de las siguientes integrales sobre las regiones descritas, y dibuje dichas regiones:

- a) $\iint_D (xy)^2 dx dy$ con $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > 0, xy < 1, (x - y)(x - 2y) < 0\}$.
- b) $\iint_S (2\sqrt{x} - 3y^2) dx dy$ con $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq \sqrt[4]{x}\}$.

P3. Calcule:

- a) $\int_0^a \int_0^{\sqrt{a^2-x^2}} \sqrt{a^2 - y^2} dy dx$
- b) $\int_1^2 \int_0^{\ln x} (x - 1) \sqrt{1 + e^{2y}} dy dx$

P4. Evalúe las siguientes integrales y dibuje al región señalada:

- a) $\iint_D e^{x-y} dx dy$, donde D es el interior del triángulo de vértices $(0, 0)$, $(1, 3)$ y $(2, 2)$.
- b) $\iint_D y^3 (x^2 + y^2)^{-\frac{3}{2}} dx dy$, donde D es la región determinada por $\frac{1}{2} \leq y \leq 1$ y $x^2 + y^2 \leq 1$.

P5. Pruebe que:

$$2 \int_a^b \int_x^b f(x)f(y) dy dx = \left[\int_a^b f(x) dx \right]^2$$

P6. Sea $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$. Pruebe que:

$$\int_S dV = \frac{4\pi}{3}$$

P7. Sea W la región determinada por los planos $z = 0$, $z = \pi$, $y = 0$, $y = 1$, y $x + y = 1$. Calcule:

$$\int_W x^2 \cos z \, dV$$