MA2001-1 Cálculo en Varias Variables. Semestre 2010-2
Profesor: Marcelo Leseigneur **Auxiliares:** Sebastián Bustamante y Víctor Verdugo

Auxiliar 13

Martes 9 de Noviembre de 2010

P1. Dada la función $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que

$$f(x, y, z) = xy + z$$

determine si existen mínimo y máximo global de la función sobre la región

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 - xy + z^2 \leq 1\}$$

En caso de existir, calcúlelos.

P2. El plano $x + y + 2z = 2$ y el paraboloide $z = x^2 + y^2$ se intersectan en una elipse. Encontrar el punto más cercano y el más lejano de esta elipse al origen.

P3. Resuelva los siguientes problemas de optimización:

$$\begin{array}{ll} \text{mín} & x + y - z \\ \text{s.a.} & x^2 + y^2 + z^2 = 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{mín} & xy + z \\ \text{s.a.} & x + y + z = 0 \\ & x^2 + y^2 + z^2 = 1 \end{array}$$

P4. Considere el siguiente problema de optimización en $\mathbb{R}^n$:

$$\begin{array}{ll} \text{mín} & \displaystyle\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \\ \text{s.a.} & \displaystyle\prod_{i=1}^{n} x_i = 1 \\ & x_i > 0,\ \forall i \in \{1, \ldots, n\} \end{array}$$

a) Resuelva el problema.

b) Concluya que si $a_i > 0$, $\forall i \in \{1, \ldots, n\}$, se tiene que:

$$\frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1 a_2 \cdots a_n}$$

P5. *a*) Sea $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ una función continua, que satisface

$$\lim_{\|x\| \to \infty} f(x) = 0$$

y $f(x_0) > 0$ para algún $x_0 \in \mathbb{R}^2$. Pruebe que f posee un máximo global.

b) Sea $f(x, y) = (ax^2 + by^2)e^{-(x^2+y^2)}$, con $a, b > 0$. Calcule máximos y mínimos globales.