MA1101-05 Semestre Primavera 2010**Profesor:** Alejandro Maass **Auxiliares:** Andrés Fielbaum - César Vigouroux

Auxiliar # 8

Lunes 25 de octubre

P1. Sea V un espacio vectorial con base $B = \{u, v, w\}$ y sea $T : V \rightarrow V$ una transformación lineal tal que:

$$T(u) = v - w, \quad T(v) = u + v, \quad T(w) = u + 2v - w$$

- a) Determine la matriz representante de T c/r a la base B en la partida y en la llegada.
 b) Sea $L = \langle 2u + 3v - w \rangle$. Encuentre los siguientes subespacios y sus dimensiones:

$$\text{i) } T(L), \quad \text{ii) } L \cap \ker(T), \quad \text{iii) } L + \ker(T), \quad \text{iv) } \text{Im}(T)$$

P2. Para cada una de las siguientes partes, dada una base β_V de un espacio vectorial de funciones V dado, encuentre la matriz representante de la transformación lineal $D : V \rightarrow V$, donde $\forall f \in V, D(f)(t) = \frac{d}{dt}(f(t))$ (la derivada), en la base respectiva β_V en la partida y en la llegada:

- (i) $\beta_V = \{1, t, t^2, t^3\}$
 (ii) $\beta_V = \{\text{sen}(t), \text{cos}(t), \text{sen}(2t), \text{cos}(2t)\}$
 (iii) $\beta_V = \{1, e, e^t, e^{2t}, te^{2t}\}$

P3. Sea E un e.v. sobre $\mathbb{K}$. Sean V, W s.e.v. de E tales que $V \cap W = \{0\}$ y $S : V \rightarrow W$ una transformación lineal. Definimos $T : V \oplus W \rightarrow W$ por:

$$T(x) = S(x_v) + x_w, \quad \text{donde } x = x_v + x_w, \quad \text{con } x_v \in V, x_w \in W$$

- a) Pruebe que T está bien definida como función y que es lineal.
 b) Si $\beta_V = \{v_1, \dots, v_m\}$ y $\beta_W = \{w_1, \dots, w_m\}$ son bases de V y W respectivamente, pruebe que $\beta_{V \oplus W} = \beta_V \cup \beta_W$ es una base de $V \oplus W$.
 c) Si A_S es la matriz representante de S c/r a las bases β_V y β_W , calcule la matriz representante de T c/r a las bases $\beta_{V \oplus W}$ y β_W .
 d) Pruebe que $\{v_1 - S(v_1), \dots, v_n - S(v_n)\}$ es una base de $\ker(T)$.
 e) Pruebe que T es epiyectiva. Indicación: use T.N.I.