MA1101-05 Semestre Primavera 2010
Profesor: Alejandro Maass **Auxiliares:** Andrés Fielbaum & César Vigouroux

Auxiliar Pre-Examen

Jueves 9 de Diciembre

Pregunta 1. Considere la cónica

$$5x^2 + 5y^2 + 2axy + 8\sqrt{2}x = 0$$

donde $a \in \mathbb{R}$ es un parámetro.

a) Determine, para cada valor de a, si el conjunto solución es vacío, un punto, una parábola, una circunferencia, una elipse o una hipérbola

b) Para $a = 3$, bosqueje, justificando, la cónica resultante

Pregunta 2. Sea $\mathcal{P}_k$ el espacio de los polinomios reales de grado menor o igual a k. Defina $S : \mathcal{P}_5 \to \mathcal{P}_3$ por

$$S(\sum_{i=0}^{5} a_i x^i) = S(\sum_{i=0}^{3} a_i x^i)$$

y además $T : \mathcal{P}_3 \to \mathcal{P}_3$ por

$$T(p(x)) = S(p(x)(1 + x + x^2) - p(1))$$

a) Pruebe que S, T son lineales

b) Encuentre la matriz representante de T considerando en el dominio y en la llegada la base canónica $\{1, x, x^2.x^3\}$

c) Usando matrices de cambio de base, encuentre la matriz representante de T considerando en el dominio y en la llegada la base $\{1, 1 + x, 1 + x^2,1 + x^3\}$

Pregunta 3.

a) Sea M matriz de $n \times n$ a coeficientes reales, simétrica y definida positiva. Defina la forma cuadrática $Q(x) = x^t Mx$. Suponga exista A matriz de $n \times n$ tal que $Q(Ax) = Q(x)\forall x \in \mathbb{R}^n$. Pruebe que A es invertible y que $Q(A^{-1}x) = Q(x)\forall x \in \mathbb{R}^n$. *Hint: Analice Ker(A).*

b) Sea A matriz simétrica e invertible. Pruebe que A^2 es simétrica definida positiva.

c) Sea A matriz simétrica definida positiva. Pruebe que existe B invertible tal que $A = BB^T$.