MA1101-06 Semestre Primavera 2010
Profesor: Alejandro Maass **Auxiliares:** Andrés Fielbaum & César Vigouroux

Auxiliar # 10

Miércoles 17 de noviembre

P1

1. Considere la matriz
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$
Encuentre una base ortonormal de $\mathbb{R}^3$ formada por vectores propios de A. Encuentre además matrices P y D (con D diagonal) tales que $A = PDP^t$.

2. Considere ahora $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Considerando A, B, C, determine para cada par de matrices si son similares o no.

P2

1. Sea A matriz de 3×3 tal que $Ker(A-I) = \langle\{(2,2,-1)^t, (1,0,1)^t\}\rangle$ y $Ker(A-2I) = \langle\{(1,1,-1)^t\}\rangle$. Demuestre que A es diagnolazible y encuentre A explícitamente.

2. Sea $T : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ lineal, dada por $T(x) = \langle x, v\rangle v$, donde $v \in \mathbb{R}^n$ es un vector fijo. Pruebe que $Im(T) = \langle\{v\}\rangle$, y que $Ker(T) = \langle\{v\}\rangle^{\perp}$. Pruebe además que T es diagonalizable.

P3
Sean A, B matrices de $n \times n$ tales que $AB = BA$.

1. Pruebe que si v es vector propio de A y $Bv \neq 0$, entonces Bv es vector propio de A.

2. En adelante suponga que los valores propios de A son distintos entre sí. Muestre que si v es vector propio de A, también lo es de B.

3. Concluya que si A es diagonalizble, B también.