

MA1101 Semestre Primavera 2010**Profesor:** Alejandro Maass **Auxiliares:** Andrés Fielbaum - César Vigouroux

Auxiliar # 2

Lunes 23 de agosto

P1. Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{array}{cccccccl} & & x_2 & + & x_3 & & = & 1 \\ x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & = & 1 \\ -x_1 & - & x_2 & + & 2x_3 & & & = & 4 \\ x_1 & + & 3x_2 & + & 3x_3 & + & 2x_4 & = & 3 \end{array}$$

P2. Encuentre el conjunto de los valores de $x_1, \dots, x_6$ que resuelve:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 2 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & -2 & 3 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -3 & 5 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & -1 & 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 \\ 4 \\ -3 \\ 8 \end{bmatrix}$$

- P3.** a) Considere los vectores $u, v \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$. Se define la matriz $A \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R})$ por $A = uv^t$.
- (i) Pruebe que $\forall x \in \mathbb{R}^n Ax = 0 \Leftrightarrow v^t x = 0$.
 - (ii) Encuentre el número de variables libres en la resolución del sistema $Ax = 0$ y estudie si A es o no invertible.
- b) Considere las matrices cuadradas $A, B \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R})$. Demuestre que:
- (i) A es invertible $\Leftrightarrow AA^t$ es invertible.
 - (ii) Si $A = A^2$ y $B = I - A \Rightarrow B^3 = B$.
- P4.** a) Sea $K \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R})$ tal que $K^t = -K$ y $I - K$ es invertible. Si $B = (I + K)(I - K)^{-1}$, demuestre que

$$B^t B = B B^t = I_n$$

b) Sea $A \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$ tal que $A^3 = \mathbf{0}$. Considere el conjunto de matrices

$$G = \{M(\lambda) \in M_{n \times n}(\mathbb{R}) : M(\lambda) = I + \lambda A + \frac{\lambda^2}{2} A^2, \lambda \in \mathbb{R}\}$$

(i) Pruebe que $M(\lambda_1 + \lambda_2) = M(\lambda_1) \cdot M(\lambda_2)$

(ii) Demuestre que $(G, \cdot)$ es un grupo abeliano, donde " $\cdot$ " es la multiplicación de matrices. Identifique $(M(\lambda))^{-1}$

Propuesto

Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{array}{rcccccccl} & x_2 & - & 2x_3 & + & 3x_4 & = & 0 \\ x_1 & - & 3x_2 & + & 2x_3 & + & x_4 & = & 1 \\ x_1 & - & x_2 & - & 2x_3 & + & 7x_4 & = & 3 \\ x_1 & & & + & 4x_3 & + & 10x_4 & = & 5 \end{array}$$