MA1102 - Algebra Lineal.
Profesor: Jorge Amaya. **Auxiliares:** Franco Basso, Mauricio Fuentes.

Auxiliar 9

25 de Octubre de 2010

P1. Considere la aplicación

$$\begin{array}{rcl} T:\mathbb{R}^5 & \to & \mathcal{M}_{2,2}(\mathbb{R}) \\ \begin{pmatrix} a\\ b\\ c\\ d\\ e \end{pmatrix} & \to & T\begin{pmatrix} a\\ b\\ c\\ d\\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+e & c \\ -c & b+d \end{pmatrix} \end{array}$$

1. Pruebe que T es una transformacion lineal.
2. Obtenga una base y la dimensión para $ker(T)$ e $Im(T)$. Determine si T es inyectiva y/o sobreyectiva.
3. Encuentre la matriz representante de T con respecto a las bases canónicas.
4. Utilizando la matriz de cambio de base y la matriz obtenida en la parte anterior, calcule la matriz representante T con respecto a las bases

$$B_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 0\\0\\0\\0\\1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0\\0\\0\\1\\1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1\\1\\1\\0\\0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0\\1\\1\\1\\1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1\\1\\-1\\1\\1 \end{pmatrix} \right\}$$

y

$$B_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0\\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1\\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0\\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1\\ -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

P2. Sean V, W espacios vectoriales sobre R. En $V \times W$ se definen la suma y ponderación por escalar del siguiente modo:

$$(v,w)+(v',w') = (v+v', w+w') \quad \forall\ (v,w),(v',w') \in V\times W$$
$$\lambda(v,w) = (\lambda v, \lambda w) \quad \forall\ (v,w)\in V\times W,\ \forall \lambda\in\mathbb{R}$$

Con estas operaciones $V \times W$ es un espacio vectorial sobre $\mathbb{R}$. Dada una función $f : V \to W$ se define por:

$$G_f = \{(v, w) \in V \times W, \;\; w = f(v)\}$$

(i) Pruebe que f es lineal ssi G_f es subespacio vectorial de $V \times W$.

(ii) Pruebe que $\{0_V\} \times W$ es subespacio vectorial de $V \times W$.

(iii) Pruebe que si f es lineal $G_f \oplus (\{0_V\} \times W) = V \times W$.