

Clase Auxiliar N°15: Álgebra Lineal

Profesor: Jaime San Martín
Auxiliares: Gonzalo Contador - Gonzalo Mena

24 de noviembre de 2010

P1. Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

a) Encuentre matrices P, D tales que $A = PDP^t$

Sean $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

b) ¿Existe Q invertible tal que $A = QBQ^{-1}$?

c) ¿Existe Q invertible tal que $B = QCQ^{-1}$?

P2. Sean A, B matrices a coeficientes reales tales que $AB = BA$ y A es simétrica.

a) Pruebe que si $Bv \neq 0$ y v es vector propio de A asociado a λ entonces Bv también lo es

b) Suponiendo que los valores propios de A son distintos entre sí, muestre que si v es vector propio de A entonces v es vector propio de B

c) Concluya que si los valores propios son distintos entonces B es diagonalizable

P3. Considere el espacio $E \subseteq \mathbb{R}^4$ generado por los vectores $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$

a) Encuentre una base ortonormal de E

b) Encuentre una base ortonormal de E^\perp

c) Para el vector $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$ encuentre $v \in E$ y $w \in E^\perp$, $x = v + w$. Explícite las coordenadas de v, w en términos de x_1, x_2, x_3, x_4