

Clase Auxiliar N°13: Álgebra Lineal

Profesor: Jaime San Martín
Auxiliares: Gonzalo Contador - Gonzalo Mena

10 de noviembre de 2010

P1. Sea $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- a) Calcule los valores y vectores propios de A . Calcule D diagonal, P invertible y P^{-1} tales que $A = PDP^{-1}$.
- b) Calcule A^{-1} , A^n con $n \in \mathbb{N}$
- c) Considere en $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$, el espacio de los polinomios de grado menor o igual a dos, la transformación $T : \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ definida por

$$T(a_0 + a_1x + a_2x^2) = (3a_0 + 2a_1) + (2a_0 + 3a_1)x + a_2x^2$$

Calcule explícitamente $T^n(a_0 + a_1x + a_2x^2)$

P2. Encuentre los valores reales de α, β de manera que la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \beta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

sea diagonalizable

P3. Sea

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- a) Pruebe que M no es diagonalizable
- b) Demuestre que para matrices M, N de dimensión n y N invertible entonces M es diagonalizable si y sólo si NMN^{-1} es diagonalizable

P4. Sea A una matriz de $n \times n$, $n \geq 3$ con coeficientes reales tal que $\dim \ker A \leq 2$ y su polinomio característico $p(\lambda)$ tiene la forma

$$p(\lambda) = \lambda^3 q(\lambda)$$

donde $q(\lambda)$ es un polinomio

- a) Pruebe que $\dim \ker A \geq 1$ y que el rango de A es menor o igual a $n - 1$
- b) Demuestre que A no es diagonalizable.