Universidad de Chile

Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas

Departamento de Ingeniería Matemática

Auxiliar #11 Algebra Lineal

Profesor: Jaime San Martin.

Auxiliares: Gonzalo Contador, Gonzalo Mena.

P1. Sean los conjuntos

$$V = \{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \}$$

$$W = \{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \}$$

i) Pruebe que V y W generan el mismo espacio vectorial, y que son bases de este.
ii) Calcule la matriz de pasaje de la identidad de V a W.

P2. Sea V espacio vectorial de dimensión no necesariamente finita, y $T : V \longrightarrow V$ lineal idempotente, es decir $T \circ T = T$. Pruebe que $V = Ker(T) \oplus Im(T)$.

P3. Pruebe que una matriz $A \in M_{nn}$ tiene rango 1 si y sólo si existen $u, v \in \mathbb{R}^n$ tales que $A = uv^T$.

P4. a) Considere el espacio vectorial P_2 de polinomios a grado menos o igual que 2 y su base canónica $\beta = \{1, x, x^2\}$. Considere además

$$Q = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Encuentre α base tal que Q sea la matriz representante de la identidad de α en β
b) Sea ahora $T : P_2 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ la transformación lineal tal que su matriz representante de β en P_2 a la base canónica de $\mathbb{R}^3$ sea

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Calcule la matriz representante de T desde α a la base canónica. Calcule el rango de T y concluya sobre inyectividad y/o sobreyectividad.