

---

## Auxiliar 06

### MA1002-3 2010

---

*Sebastián Balmaceda – Braulio Sánchez  
Profesor: Leonardo Sánchez*

**Problema 0**

Calcular la primitiva de  $\int \frac{\operatorname{sen}(x)dx}{\operatorname{sen}(x) + \cos(x) + 1}$

**Problema 1.**

Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales

$$(1+x^2)y' = xy$$

$$x^2(yy'' + y'^2) = 1$$

**Problema 2.**

Demuestre que  $I_n = \int (x+a)^n \sqrt{x+b} dx$   $a, b > 0$  satisface la recurrencia:

$$I_n = \frac{2}{3+2n} (x+a)^n (x+b)^{\frac{3}{2}} - \frac{2n(b-a)}{3+2n} I_{n-1}$$

**Problema 4.**

Sea  $f : [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  una función no negativa y creciente

(i) Usando la partición  $P = \{1, 2, 3, \dots, n\}$  pruebe que

$$\sum_{i=1}^{n-1} f(i) \leq \int_1^n f(x) dx \leq \sum_{i=2}^n f(i) \quad \forall n \geq 2$$

(ii) Considere  $f(x) = \ln(x)$ .

$$\text{Demuestre que } (n-1)! \leq n^n e^{-n+1} \leq n! \quad \forall n \geq 1$$