MA1001-2 Introducción al Cálculo
Profesor: Cristián Reyes. **Auxiliares:** Felipe Maldonado, Felipe Nuñez.

Auxiliar 8

24 de octubre de 2010

P1 Calcule los siguientes límites:

a) $\lim [\frac{n-1}{n}]$, con $[x]$, la parte entera de x

b) $\lim \frac{n!+25}{(n+1)!+9}$

c) $\lim \frac{4n^3+7}{8n-7n^3}$

d) $\lim \frac{\sin 2^n 3\pi}{\sqrt{n+3}}$

e) $\lim \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$

f) $\lim \sqrt{n+\sqrt{n}} - \sqrt{n-\sqrt{n}}$

g) $\lim \max\{\frac{(-1)^n}{n}, \frac{(-1)^{n+1}}{n}\}$

h) $\lim \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{n^2+k}$

h) $\lim \frac{a}{n}[\frac{n}{b}]$, con $a, b > 0$

P2 Se define la sucesión u_n por la siguiente recurrencia:
$u_0 = \alpha$, con $\alpha \in (0, \frac{1}{2})$
$u_{n+1} = 2u_n(1-u_n)$, $n \geq 0$

a) Encuentre el máximo de la función $g(x) = 2x - 2x^2$ y con ayuda de eso concluya que $u_n \in (0, \frac{1}{2}) \quad \forall n \geq 0$

b) Pruebe que la sucesión es monótona creciente.

c) Concluya que u_n es convergente y encuentre su límite.

P3 Sea f una función creciente, tal que $\forall n \geq 0$ $a_n \in dom(f)$, con (a_n) una sucesión decreciente y acotada. Demuestre que $[f_n] = [f(a_n)]$ es una sucesión convergente.

P4 Sean $(a_n), (b_n)$, dos sucesiones tales que $a_n \to l$ y $|a_n - b_n| \to 0$, usando la definición de convergencia, demuestre que $b_n \to l$

P5 Consideramos la sucesión definida como:

$$s_1 = 1, \quad s_{n+1} = \sqrt{\frac{9+s_n^2}{2}}$$

Pruebe que (s_n) es acotada superiormente, creciente y deduzca que es convergente a algún límite. Calcule tal límite.